LUDOMIR NEWELSKI
ORCID: 0000-0003-2408-0300
Uniwersytet Wrocławski

Czy logika formalna ma sens?

Niniejszy tekst stanowi komentarz do książki profesora Andrzeja Kisielewicza *Logika i argumentacja*¹. Książka prof. Kisielewicza to, zgodnie z podtytułem, „praktyczny kurs krytycznego myślenia”. Tak określony temat jest dość szeroki, obejmuje bowiem logikę, retorykę, teorię argumentacji, skupiając się na praktycznych aspektach racjonalnego myślenia. Główna część książki dotyczy tak zwanej logiki praktycznej, którą autor przeciwstawia logice formalnej.

Profesor Kisielewicz stwierdza, że uczenie logiki według klasycznych podręczników, w których kładzie się nacisk na formalne schematy wnioskowania, jest zupełnie oderwane od istoty logicznego myślenia i mało przydatne w praktyce (poza studiami matematycznymi). Według niego zbyt ściśle i zbyt formalne ujęcie nieścisłych fenomenów racjonalnego myślenia wypacza ich naturę, prowadzi do idealizacji oderwanych od praktyki i rzeczywistości. Doceniając wielkie osiągnięcia logiki formalnej, na przykład w informatyce, wskazuje on na klęskę tak zwanego logicznego kierunku badań w dziedzinie sztucznej inteligencji. Dziedzina logiki to według autora książki znakomity przykład na to, że rozwój nauki ma swoje ślepe uliczki.

W toku wykładu autor, analizując różne aspekty logiki praktycznej, wielokrotnie krytykuje więc logikę formalną, wskazując na jej nieprzydatność do analizy praktycznych rozumowań.

Zdecydowanie nie zgadzam się z krytyką logiki formalnej zawartą w książce. Przeciwstawianie zaś logiki formalnej tak zwanej logice praktycznej (i zdrowemu rozsądkowi) uważam za szkodliwe.

Formalizacja logiki nie nastąpiła w sposób przypadkowy. Jest ona efektem wielowiekowego rozwoju tej gałęzi wiedzy, poczynając od Arystotelesa, poprzez logików średniowiecza, aż do czasów współczesnych. Ujęcie praw logiki w formie

¹ A. Kisielewicz, *Logika i argumentacja. Praktyczny kurs logicznego myślenia*, Warszawa 2017.

schematów zdaniowych, rozwinięcie symbolicznej logiki predykatów sprawiło, że prawa logiki stały się przejrzyste i zrozumiałe. Warto zajrzeć do tekstów logików starożytności czy średniowiecza, by docenić jasność prezentacji praw logiki w logice symbolicznej.

Podobny proces nastąpił w matematyce — tam zwie się on algebraizacją. Wprowadzenie symbolicznego zapisu w matematyce rozjaśniło wiele idei, umożliwiło łatwiejsze operowanie nimi.

Prawa logiki symbolicznej nie są więc sztucznymi ciągami znaczków, lecz formalizacją praw logicznego myślenia odkrytych często już w starożytności. W tym sensie są one idealizacją fenomenów realnego myślenia racjonalnego. Proces idealizacji, w wyniku którego dochodzimy do sformułowania praw wyrażających prawidłowości realnego świata, jest powszechny w nauce. Profesor Kisielewicz twierdzi, że w logice formalnej idealizacja ta oderwana jest od praktyki i rzeczywistości. Twierdzenie to powinno być może brzmieć jak wyrzut sumienia w uszach wielu wykładowców logiki, którzy niewystarczająco jasno tłumaczą sens abstrakcyjnych praw logiki symbolicznej. W moim odczuciu twierdzenie to jest jednak zasadniczo niesłuszne.

Formalizacja logiki czy też algebraizacja matematyki miały swoją cenę. Zapis symboliczny oddalił prawa logiki od praktyki. Możliwe stało się badanie tych praw w oderwaniu od ich praktycznego znaczenia. Niestety, często zdarza się, że w wykładzie elementarnej logiki formalnej kładzie się nacisk na rachunek symboliczny, pomniejszając lub pomijając wyjaśnienia znaczenia symboli i związku rozważanych praw logiki z praktyką ludzkiego myślenia racjonalnego. Tymczasem zagadnienie to nie jest banalne — o czym później. Prowadzić to może do wrażenia oderwania praw logiki formalnej od praktycznego myślenia. Myślę, że zjawisko to może występować szczególnie na kierunkach matematycznych. Niestety również na wykładach ściśle matematycznych studenci często uczą się różnych abstrakcyjnych rachunków symbolicznych bez odpowiedniego zrozumienia ich sensu w rzeczywistości. W szkole zaś tak zwane zadania z treścią, w których w rozwiązaniu trzeba zinterpretować realne zjawiska w terminach abstrakcyjnych, sprawiają uczniom wiele kłopotu. Są trudniejsze od zadań polegających na wykonaniu rachunku na symbolach zgodnie z podanym algorytmem. Również dla wykładowcy/nauczyciela ćwiczenie z uczniami schematów rachunkowych jest łatwiejsze niż dogłębna analiza niuansów znaczeniowych.

Logika symboliczna jest jednak nieocenionym narzędziem do porządkowania myślenia. Oczywiście, by docenić to narzędzie, trzeba je dobrze rozumieć i umieć się nim posługiwać.

Warto jednak pamiętać, że logika dotyczy tylko pewnego aspektu myślenia racjonalnego. Profesor Kisielewicz podaje tu piękną skrótową definicję:

Logika to nauka o sposobach jasnego i ścisłego formułowania myśli oraz o regułach poprawnego rozumowania i uzasadniania twierdzeń².

² *Ibidem*, s. 10.

Dodałbym tu, że według mnie ważniejszy jest drugi człon tej definicji, dotyczący reguł poprawnego rozumowania. Jasne i ściśle formułowanie myśli ma służyć właśnie temu, by unikać błędów w rozumowaniu.

Z definicją tą związane jest pojęcie prawdy. Poprawne rozumowanie to takie, które, wychodząc z prawdziwych przesłanek, prowadzi do prawdziwych wniosków. Logika bada więc poprawność dróg rozumowania. Związana jest z tym analiza znaczenia zdań. Logiczna analiza zdań dotyczy jednak wyłącznie oceny ich prawdziwości na podstawie ich struktury logicznej. Oczywiście analiza taka nie wyczerpuje kwestii znaczenia zdań, która jest znacznie szersza. Znaczenie zdań wykracza poza ich wartość logiczną: między innymi zdania wyrażają również emocje, wzbudzają w umyśle odbiorcy szeroki oddźwięk związany z kontekstem kulturowym. W szczególności uważam, że pojęcie rozumowania racjonalnego jest ostrzejsze, węższe niż pojęcie rozumowania logicznego. To znaczy, że można mieć do czynienia z rozumowaniem o charakterze logicznym, które jednak nie jest racjonalne. Na przykład może ono wychodzić z nieracjonalnych, bezsensownych przesłanek lub też rozważać zdania o znaczeniu wątpliwym czy niejasnym, zachowując jednak rygor poprawnych metod wyciągania wniosków.

W pewnym zakresie logika formalna rozmija się jednak z praktyką myślenia. W logice konstruuje się aksjomatyczne systemy rachunku zdań i rachunku predykatów. Wyróżnia się w nich zestawy niewielu schematów aksjomatów (niektórych tautologii) oraz reguły wnioskowania służące do generowania z nich kolejnych tautologii. Następnie na bazie tego aksjomatycznego ujęcia klasycznego rachunku logicznego formalizuje się pojęcie dowodu i teorii. Formalizacja ta ma głębokie uzasadnienie. Umożliwia ścisłą logiczną analizę podstaw matematyki. W szczególności prowadzi do ścisłych matematycznie twierdzeń Gödla, które mają olbrzymie znaczenie filozoficzne. Trzeba jednak przyznać, że systemy aksjomatyczne rachunku zdań i rachunku predykatów to twory w pewnym sensie sztuczne, oderwane od praktyki matematycznej. W zasadzie żaden matematyk w praktyce nie prowadzi dowodów matematycznych, odwołując się do formalnych reguł tych systemów aksjomatycznych. W tym miejscu zgadzam się z profesorem Kisielowiczem. Jednak ten fakt w żadnym razie nie może służyć do podważenia użyteczności logiki w praktycznym myśleniu matematyków.

Matematyka w swojej istocie nie jest bowiem nauką aksjomatyczną. Aksjomatyczne ujęcie fragmentu matematyki następuje zazwyczaj *ex post*, po odkryciu praw dotyczących tego fragmentu. Ma ono funkcję porządkującą te prawa, ułatwia ich wyłożenie.

Przykładowo w geometrii taką funkcję miały Elementy Euklidesa. W praktyce matematycy badający geometrię nie odwoływali się wprost do aksjomatów Euklidesa, lecz raczej do bogatego zestawu twierdzeń wynikających z tych aksjomatów, które to twierdzenia umożliwiały wyobrażenie sobie danego zjawiska geometrycznego, wyrobienie sobie intuicji. Podobnie postępują współcześni matematycy.

Po wskazaniu nieadekwatności reguł formalnego wnioskowania do praktyki matematycznego myślenia profesor Kisielowicz proponuje własną definicję istoty logicznego rozumowania. Według niego istotą logicznego rozumowania jest w praktyce rozważanie możliwości (możliwych stanów rzeczy). Logika to analiza możliwo-

ści. Wniosek uznajemy za logiczny, jeśli nie istnieje, naszym zdaniem, możliwość alternatywna.

W pełni zgadzam się z tym stwierdzeniem. Trzeba jednak dodać, że profesor Kisielewicz wyważa tu otwarte drzwi. Powyższa teza jest od dawna znana i wręcz udowodniona w logice formalnej.

W logice formalnej wyróżnia się dwa rodzaje wnioskowania. Pierwszy z nich to wnioskowanie syntaktyczne. Teza T wynika (syntaktycznie) z przesłanek P , gdy istnieje formalny dowód tezy T odwołujący się do przesłanek P . Dowód zostaje przeprowadzony w ramach określonego systemu aksjomatycznego logiki. Drugi rodzaj wnioskowania to wnioskowanie semantyczne. Teza T wynika semantycznie z przesłanek P , gdy teza T zachodzi w każdej sytuacji, w której spełnione są przesłanki P . Odpowiada to dokładnie definicji wnioskowania logicznego zaproponowanej w książce.

Podstawowe twierdzenie logiki orzeka, że oba rodzaje wnioskowania są równoważne. Wynika ono łatwo z twierdzenia Gödla o pełności klasycznego rachunku logicznego i związanego z nim twierdzenia o istnieniu modelu teorii niesprzecznej. Matematycy prowadzą rozumowania w sposób semantyczny. Jednak ten sposób wnioskowania równoważny jest wnioskowaniu syntaktycznemu (do którego odnoszą się twierdzenia Gödla o niezupełności). Dlatego twierdzenia Gödla stosują się do matematyki. Twierdzenie o równoważności wnioskowania syntaktycznego i semantycznego jest klamrą spinającą logikę formalną z praktyką matematycznego myślenia³.

Warto też wskazać, że w pojedynczych krokach rozumowania semantycznego matematycy stosują właśnie prawa logiki. By stwierdzić, że kolejny krok dowodu wynika bezpośrednio z kroków poprzednich (semantycznie), analizują dowolną sytuację (model), w której te poprzednie kroki zachodzą i stwierdzają, że w takiej sytuacji zachodzi też odpowiedni wniosek. Matematycy robią to w ramach tak zwanej kultury matematycznej (kultury matematycznego myślenia). Faktycznie stosują wtedy jednak (mniej lub bardziej świadomie) prawa rachunku zdań i rachunku predykatów (zazwyczaj dość proste). Trochę tak, jak pan Jourdain u Moliera, który mówił prozą, choć o tym nie wiedział. Rozumowania ludzi (w szczególności matematyków) w sposób naturalny mają bowiem inherentnie charakter logiczny. Dlatego zgadzam się z profesorem Kisielewiczem, gdy krytykuje on jako mit stwierdzenie, że podstawą poprawnych rozumowań są formalne reguły wnioskowania, których trzeba się nauczyć, rozumiejąc to stwierdzenie tak, jakoby bez nauczania się tych formalnych reguł poprawne rozumowanie było niemożliwe. Nie, ludzie rozumują logicznie w sposób naturalny, podobnie było mówią prozą bez znajomości kategorii gramatycznych.

Jednak mówić prozą można, używając mniej lub bardziej bogatego języka i mniej lub bardziej rozbudowanych środków stylistycznych. Wykształcenie może w tym pomóc. Podobnie nauka logiki może pomóc w zachowaniu dyscypliny logicznej w prowadzonych rozumowaniach (ucząc unikania błędów logicznych), jak również w wykrywaniu błędów w rozumowaniach innych ludzi. Myślę, że dużą rolę

³ C.C. Chang, H.J. Keisler, *Model Theory*, Amsterdam 1973, rozdz. 1.3.

może tu odegrać nauczanie logiki praktycznej. Mam jednak wrażenie, że już obecnie na kierunkach humanistycznych logiki uczy się w sposób mniej formalistyczny niż na kierunkach matematycznych, rozważając więcej praktycznych przykładów.

Jak wspomniałem wyżej, logika to narzędzie, które możemy stosować do porządkowania naszego myślenia. Przykładowo, by przeprowadzić logiczną analizę zdania, trzeba najpierw zidentyfikować jego logiczną strukturę (innymi słowy, na przykład zapisać dane zdanie symbolicznie). Jednak często dane zdanie można zapisać symbolicznie na więcej niż jeden sposób. Podobnie logikę (jako narzędzie) można często „przyłożyć” do naszego rozumowania (w celu jego oceny lub uporządkowania) na więcej niż jeden sposób. Logika to narzędzie, trzeba z niego mądrze korzystać. Niestety, w książce profesora Kisielewicza ten aspekt logiki — to jest niejednoznaczność stosunku między logiką formalną a rzeczywistością, do której się ona odnosi — nie jest wystarczająco wyeksponowany. Profesor Kisielewicz przedstawia w szczególności rozwiązania zagadek logicznych bądź analizy konkretnych rozumowań często na jeden tylko sposób, gdy tymczasem sytuacja wydaje się niejednoznaczna. To dziwne, gdyż sam autor zarzuca logice formalnej „zbyt ściśle, zbyt formalne ujęcie nieściśłych fenomenów [racjonalnego myślenia — L.N.], co wypacza ich naturę”⁴. Sądzę więc, że autor rozumie trudności związane ze ścisłym ujęciem fenomenów racjonalnego myślenia, w tym z niejednoznacznością logicznej interpretacji tych fenomenów. Przedstawia jednak najczęściej interpretacje jednoznaczne, pomijając niuanse. Stąd moje zdziwienie.

Problemy z logiczną interpretacją struktury rozumowania czy struktury zdań pojawiają się już na poziomie elementarnych pojęć logiki. Rozważmy przykładowo zdanie „Myślę, więc jestem”. Zdanie to możemy interpretować na gruncie rachunku zdań. I, niestety, wielu studentów po kursie logiki twierdzi, że jest to implikacja. Tymczasem ewidentnie mamy tu do czynienia z koniunkcją. Przykład ten wskazuje, jak nieoczywista jest nawet kwestia logicznej interpretacji zdań języka potocznego w ramach rachunku zdań. Na podstawowych kursach logiki zaś rzadko jedynie rozróżnia się między implikacją w rachunku zdań a implikacją we wnioskowaniu.

Przykłady praw rachunku zdań podane przez autora w dodatku na końcu książki to:

1. prawo wyłączonego środka $p \vee \neg p$;
2. prawo sylogizmu warunkowego $(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$;
3. prawo Dunsza Szkota $p \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$.

Autor twierdzi, że matematycy nie stosują w swoich rozumowaniach praw logiki. Jednak podane przezeń przykłady należą do praw stosowanych powszechnie w praktyce matematycznej, a dokładniej praw, które w jawny sposób przejawiają się w praktyce matematycznej — jak na przykład w fizyce prawo powszechnego ciążenia. Oczywiście ludzie zazwyczaj nie stosują świadomie w praktyce prawa powszechnego ciążenia. Odczuwają jednak dobitnie jego działanie. Zanalizujmy to dokładniej.

⁴ A. Kisielewicz, *op. cit.*, s. 11.

1. Prawo wyłączonego środka stosujemy w dowodach przez rozważenie przypadków. Rozważając jakąś własność p , wiemy (na mocy prawa wyłączonego środka), że zachodzi p lub $\neg p$. Dowód możemy więc rozbić na dwa przypadki, w zależności od tego, czy zachodzi p , czy też $\neg p$.

2. Prawo sylogizmu warunkowego stosujemy na przykład w dowodach złożonych z wielu lematów. Jeśli, mianowicie, w lemacie 1 udowodnimy, że *jeśli p , to q* , zaś w lemacie 2, że *jeśli q , to r* , to wolno nam wywnioskować, że *jeśli p , to r* .

3. Prawo Dunsza Szkota przejawia się w sposób mniej oczywisty. Trudno sobie wyobrazić rozumowanie, w którym na pewnym etapie udowodniliśmy p oraz $\neg p$, by następnie wywnioskować, że q . Chodzi o to, że jeśli na pewnym etapie dowodu udowodniliśmy, że w rozważanej sytuacji zachodzi zarówno p , jak i $\neg p$, to sytuacja taka jest niemożliwa. W poprawnym dowodzie może się to więc zdarzyć tylko wtedy, gdy jest to dowód nie wprost. Wtedy uzyskana sprzeczność kończy dowód, bez potrzeby stosowania prawa Dunsza Szkota.

Prawo Dunsza Szkota przejawia się jednak w rozumowaniach inaczej. Bywa mianowicie tak, że w rozumowaniach popełniamy błąd. Przykładowo może być tak, że choć na danym etapie dowodu poprawnym wnioskiem powinno być zdanie p , to jednak błędnie akceptujemy jako udowodnione zdanie $\neg p$. Prowadząc dalej rozumowanie, często zauważamy, że kolejne wnioski, do których dochodzimy, stają się coraz bardziej fantastyczne, coraz bardziej wątpliwe. To właśnie efekt działania prawa Dunsza Szkota, bowiem, jeśli przyjmujemy równocześnie prawdziwość zdania p i jego negacji, zmuszeni jesteśmy uznać prawdziwość dowolnego zdania q . Prawo Dunsza Szkota sygnalizuje nam więc, że w naszym dowodzie popełniliśmy gdzieś błąd.

Książka profesora Kisielewicz jest cennym przedstawieniem różnych aspektów praktycznego myślenia. Traktuję ją jednak raczej jako uzupełnienie logiki formalnej, nie zaś jej przeciwstawienie.

Na koniec warto wspomnieć, że logika ma znaczące osiągnięcia w matematyce, wykraczające poza twierdzenia Gödla. W szczególności dotyczy to teorii modeli. Przyrządy pomiarowe to narzędzia fizyków. Dla matematyków analogicznym narzędziem jest język, którym mówią, i logika, którą stosują. Fizycy uświadomili sobie, że sam fakt pomiaru wpływa na obiekt pomiaru (zasada Heisenberga). Teoria modeli wskazuje między innymi, w jaki sposób język i logika wpływają na kształt matematyki.

Does formal logic make sense?

Summary

This text is a commentary on the book *Logika i argumentacja. Praktyczny kurs krytycznego myślenia* (*Logic and Argumentation. A Practical Course In Critical Thinking*) by Professor Andrzej Kisielewicz. Prof. Kisielewicz argues there, among other things, that formal (symbolic) logic is inadequate to explain practical rational reasoning. This commentary defends formal logic in this respect.

In particular, Prof. Kisielewicz proposes in his book a definition of (practical) logical inference. According to him, a conclusion follows from a given set of premises if there is no situation, where the premises hold, while the conclusion fails. In this commentary it is pointed out that this is a well-known notion of semantic inference in formal logic. It is also well-known that semantic and syntactic inference in logic are equivalent, i.e. equally strong.

MARCIN ŁAZARZ
ORCID: 0000-0003-0022-2730
Uniwersytet Wrocławski

Kilka uwag na marginesie książki Andrzeja Kisielewicza *Logika i argumentacja*

Wstęp

Niniejszy artykuł podejmuje dyskusję z wybranymi tezami przedstawionymi w książce Andrzeja Kisielewicza *Logika i argumentacja. Praktyczny kurs krytycznego myślenia*¹. We wprowadzeniu autor nakreśla swój cel: dostarczyć czytelnikowi praktycznych narzędzi pomocnych w rozumowaniach poza matematycznymi. W sześciu rozdziałach książki znaleźć można wiele ciekawych zagadnień z dziedziny logiki praktycznej, a także rozmaite zagadki (wraz z rozwiązaniami), paradoksy i sofizmaty. Do omawianych zagadnień autor dość często dołącza komentarze metodologiczne, które systematyzują jego prezentację.

Wbrew własnym zapewnieniom, autor nierzadko wypowiada swoje filozoficzne poglądy na temat logiki, matematyki i informatyki. Czyni to na ogół z pozycji matematyka praktyka, odwołując się do swojej wieloletniej pracy badawczej i dydaktycznej. Zdarza się również, że wygłasza tezy dotyczące dydaktyki: krytykuje sposób nauczania logiki na uczelniach wyższych (nie tylko polskich) oraz ubolewa nad brakiem kursów poświęconych praktycznym rozumowaniom. Osią filozoficznej narracji jest przeciwstawienie teoretycznego i praktycznego znaczenia logiki. Autor oddaje zasługi logice, wspominając pokrótce najważniejsze z nich: wymienia tu twierdzenia Gödla o niezupełności arytmetyki Peano, twierdzenie Tarskiego o niedefiniowalności pojęcia prawdy i jeszcze kilka innych². Zasługi te umieszcza w kategorii „teoretyczne”.

Co do zasług praktycznych, sprawa przedstawia się diametralnie odmiennie. W opinii autora logika formalna nie jest przydatna ani w praktyce matematycznej, ani w rozumowaniach poza matematycznymi; stwierdza on:

¹ A. Kisielewicz, *Logika i argumentacja. Praktyczny kurs krytycznego myślenia*, Warszawa 2017.

² *Ibidem*, s. 300.

1. Logiczne rozumowanie nie polega na stosowaniu schematów. Logika formalna nie ma zasadniczych zastosowań w praktyce logicznego myślenia³.

2. W praktyce rozumowań matematycy prawie w ogóle nie posługują się formalnymi schematami rozumowań i logiką formalną⁴.

3. A skoro logika formalna ma niewielkie zastosowanie w praktyce rozumowań matematycznych, to doprawdy trudno się spodziewać, że może być przydatna w praktyce rozumowań poza matematycznych⁵.

Powyższe stwierdzenia budzą dość poważne kontrowersje, a zawodowych logików mogą wręcz przerażać lub oburzać. Celem tego artykułu jest ustosunkowanie się do nich.

Co to jest logika formalna?

Nie istnieje prosta odpowiedź na pytanie, czym jest logika. Dyplomatycznym rozwiązaniem tej kłopotliwej kwestii byłoby podanie definicji ostensywnej, czyli wskazanie pewnych teorii jako tych, które tworzą logikę czy może lepiej: logikę *sensu largo*. Do tak pojętej logiki najczęściej zalicza się następujące rachunki i teorie:

- logika klasyczna: logika zdań i logika kwantyfikatorów;
- logiki nieklasyczne: logiki wielowartościowe, modalne, logika intuicjonistyczna, logiki pośrednie, logika kwantowa, logiki relewantne, parakonsystentne, niemonotoniczne itp.;
- metalogika: teoria dowodu i teoria modeli;
- logika algebraiczna: algebra uniwersalna, teoria krat, struktury semantyczne, teoria porządków itp.;
- teoria rekursji i rozstrzygalności.

Powyższa lista nie jest kompletna; wielu autorów do logiki *sensu largo* zalicza również teorię mnogości, arytmetykę teoretyczną, logikę rozmytą, teorię automatów i teoretyczną informatykę.

Gdzie zatem umiejscowić „logikę formalną”, o której mówi Kisielewicz? O ile dobrze odczytuję intencje autora, logikę formalną rozumie jako teorię traktującą o poprawnych schematach rozumowania, zatem zaryzykowałbym, że autorowi rozchodzi się najpewniej o:

- dowodzenie tez (dowody w systemie aksjomatycznym, dowody założeniowe, dedukcja naturalna, sprowadzanie do postaci normalnych);
- sprawdzanie tautologiczności (metoda zero-jedynkowa, diagramy Venna).

Tak wąskie rozumienie logiki formalnej jest czymś zupełnie niestandardowym i niespotykanym. Nie jest dla mnie zrozumiałe, dlaczego Kisielewicz tak znacząco modyfikuje to pojęcie, które nawet w literaturze polskiej posiada dobrze ustalone znaczenie. Dwie polskie publikacje są moim w przekonaniu reprezentatywne dla logiki formalnej: encyklopedia pod redakcją W. Marciszewskiego *Logika formalna*.

³ *Ibidem*, s. 61.

⁴ *Ibidem*, s. 301.

⁵ *Ibidem*, s. 65.

*Zarys encyklopedyczny z zastosowaniem do informatyki i lingwistyki*⁶ oraz słownik W. Pogorzelskiego *Elementarny słownik logiki formalnej*⁷. Książki te zaliczają do logiki formalnej nieporównywalnie więcej zagadnień niż czyni to autor *Logiki i argumentacji*. Z drugiej strony, Kisielewicz zalicza do logiki praktycznej (i opisuje w swojej książce) to, co wielu autorów postrzega jako integralną część logiki formalnej⁸.

Nie jestem zwolennikiem dyskusji pod tytułem: „co podpada pod taki to, a taki termin?”. Powyższe uwagi napisałem jedynie po to, aby pokazać, że tezy (1)–(3) nie uderzają w logikę, tylko w jej bardzo małą część. Streszczam je zatem następującą parafrazą, z którą całkowicie się zgadzam:

Jeśli jesteś matematykiem i pracujesz nad problemem w swojej dziedzinie, lub jeśli nie jesteś matematykiem i próbujesz rozwiązać problem z życia codziennego, a przed Tobą leży książka zawierająca listę miliona tautologii, to nie otwieraj tej książki, bo i tak ci nie pomoże.

Ilość logiki w logice

Zastanówmy się, jak wiele uwagi poświęca się „formalnym schematom rozumowania” (tezom, tautologiom) zarówno w podręcznikach logiki, jak i na wykładach z logiki.

Jest prawdą, że w dawnych publikacjach i w podręcznikach z logiki można spotkać się z przytłaczającą liczbą pieczołowicie dowodzonych praw logiki. Można tutaj wskazać na przykład niektóre prace Łukasiewicza zgromadzone w zbiorze *Z zagadnień logiki i filozofii*⁹. Podręcznik Greniewskiego *Elementy logiki formalnej*¹⁰ z 1955 roku traktuje o metodzie zero-jedynkowej przez 50 stron. L. Borkowski w swojej książce *Logika formalna*¹¹ systemom założeniowym poświęca niewiele mniej, bo niemal 30 stron tekstu. Pogorzelski w *Klasycznym rachunku zdań*¹² prowadzi dedukcję z aksjomatów przez dwa rozdziały, łącznie na niemal 40 stronach. Z drugiej strony, książki Shoenfielda¹³, Mendelsona¹⁴ czy Hodgesa¹⁵ zawierają już znacznie mniej podobnych rachunków. Skrajnym natomiast przykładem jest książka Adamowicz i Zbierskiego *Logika matematyczna*¹⁶, w której dowodzi się jedynie

⁶ *Logika formalna. Zarys encyklopedyczny z zastosowaniem do informatyki i lingwistyki*, W. Marciszewski (red.), Warszawa 1987.

⁷ W. Pogorzelski, *Elementarny słownik logiki formalnej*, Białystok 1992.

⁸ Por. spis treści w M. Tokarz, *Wprowadzenie do logiki. Skrypt dla studentów kierunków humanistycznych*, Katowice 1984.

⁹ J. Łukasiewicz, *Z zagadnień logiki i filozofii*, Warszawa 1961.

¹⁰ H. Greniewski, *Elementy logiki formalnej*, Warszawa 1955.

¹¹ J. Borkowski, *Logika formalna. Systemy logiczne. Wstęp do metalogiki*, Warszawa 1977.

¹² W. Pogorzelski, *Klasyczny rachunek zdań*, Warszawa 1975.

¹³ J.R. Shoenfield, *Mathematical logic*, London 1973.

¹⁴ E. Mendelson, *Introduction to mathematical logic*, New York 2015.

¹⁵ W. Hodges, *Elementary predicate logic*, [w:] *Handbook of philosophical logic*, vol. I, *Elements of classical logic*, D. Gabbay, F. Guenther (eds.), vol. 164, Dordrecht-Boston-Lancaster 1983.

¹⁶ Z. Adamowicz, P. Zbierski, *Logika matematyczna*, Warszawa 1991.

tych praw logiki, które są później niezbędne w dowodach metatwierdzeń. Na rachunki syntaktyczne poświęcono tam zaledwie 4 strony, czyli 2% objętości książki.

Jeśli chodzi o wykłady z logiki, to sięgam po moje stare notatki. Jako student filozofii uczestniczyłem w wykładzie *Logika 3* prowadzonym przez I. Marek (Uniwersytet Śląski, rok akademicki 1999/2000). W moich zapiskach „formalne schematy rozumowania” zajmują zaledwie 8% objętości zeszytu. Gdy kilka lat później jako student matematyki uczestniczyłem w wykładzie *Logika* prowadzonym przez W. Dzika (Uniwersytet Śląski, rok akademicki 2003/2004), podobne rachunki zajęły tu jeszcze mniej miejsca, bo tylko 4%. Sądzę, że na wielu polskich uczelniach w podobny sposób uczy się logiki.

Co jest celem logiki?

Niewątpliwie logika pretenduje, by być nauką o poprawnych rozumowaniach. Co to jednak dokładniej znaczy? Czy celem logiki jest wypracowanie metod służących ocenianiu poprawności rozumowań, czy też wypracowanie metod służących uzyskiwaniu poprawnych rozumowań? Dylemat ten nie jest nowy — był przykładowo przewodnim zagadnieniem filozofii Poppera¹⁷. Kisielwicz tym dwóm całkowicie odmiennym paradygmatom przypisuje, jak się zdaje, równorzędne pozycje, a być może nawet faworyzuje ten drugi. O logice pisze tak:

Po pierwsze, jest to moja ulubiona dziedzina matematyki — jedyna dziedzina matematyki, której przedmiot badań zdawał się być konkretnym rzeczywistym przedmiotem, za jaki należy uznać ludzkie myślenie. Po drugie, uważam, że dziedzina ta odniosła *niezwykły sukces*, stając się jedną z podstaw technologii informatycznej. Ten szczęśliwy traf przykrył jednak zaskakującą porażkę, którą jest z kolei, coraz bardziej widoczny, brak zastosowań logiki formalnej w praktyce myślowej życia codziennego¹⁸.

Istotnie traf, o którym wspomniano, był szczęśliwy, gdyż prawdziwym celem logiki nie były ani wynalazki, ani praktyka życia codziennego, lecz wielce oderwane od życia zagadnienie: ufundowanie matematyki. Logika współczesna pojawia się na scenie w połowie XIX wieku — w dobie, którą dziś określa się mianem kryzysu podstaw. O kryzysie decydowały rozmaite rzeczy: niejasny status niektórych teorii matematycznych (na przykład geometrie nieeuklidesowe), niejasny związek pewnych dyscyplin matematycznych (na przykład geometrii i arytmetyki), brak ścisłych definicji niektórych pojęć matematycznych (na przykład ciągłość, całka, wielkości nieskończenie małe), odkrycie zdumiewającego faktu, że nie są znane dowody niesprzeczności teorii matematycznych (geometrii, teorii liczb rzeczywistych, teorii liczb naturalnych), później również paradoksalne twierdzenia (zwłaszcza w teorii mnogości: niektóre twierdzenia teorii równoliczności, antynomia Russella).

Twórcy nowoczesnej logiki — G. Boole, A. de Morgan, Ch.S. Peirce, G. Frege, B. Russell, D. Hilbert i inni — za cel postawili sobie zbudowanie ogólnej nauki o poprawnych rozumowaniach. Intuicyjnie rzecz ujmując, ogólność miała oznaczać niezależność od faktów ustalanych w ramach matematyki. Mówiąc ściślej, chodziło

¹⁷ Por. K.R. Popper, *Logika odkrycia naukowego*, tłum. U. Niklas, Warszawa 2002.

¹⁸ A. Kisielwicz, *op. cit.*, s. 11; zob. też s. 87.

o zbudowanie takiego systemu logiki, dla którego zachodziłoby przynajmniej tak zwane słabe twierdzenie o pełności: jeśli formuła jest prawdziwa w dowolnym modelu (to jest przy dowolnej interpretacji), to posiada ona dowód (to jest ciąg inferencji z aksjomatów i reguł) na gruncie systemu logiki. Gödel w roku 1930 zamknął ten pierwszy etap w rozwoju logiki, dowodząc mocnego twierdzenia o pełności dla logiki predykatów pierwszego rzędu.

Mam wrażenie, że Kisielewicz nie docenia należycie wkładu logiki w ugruntowanie nauk matematycznych. O formalizacji matematyki wypowiada się — jak sądzę — dość lekceważąco:

W praktyce kolejne wnioski w dowodach matematycznych formułowane są na podstawie *kryterium oczywistości* (której jest względne i subiektywne), a to, co oczywiste dla matematyka, sprowadza się zwykle do dziesiątek lub setek formalnych przejść z użyciem podstawowych schematów wypracowanych przez logikę formalną (jeśli w ogóle z jakiegoś powodu próbujemy taką redukcję przeprowadzić)¹⁹.

Obraz nakreślony powyżej zapewne odpowiada w jakiś sposób pracy twórczej. Każdy jednak pomysł czy argument musi być w końcu napisany „na czysto”, to jest doprowadzony do postaci, w której wszystkie kroki dowodowe są ściśle uzasadnione i zgodne z regułami logiki. O poczuciu oczywistości nie może być tutaj mowy. Wielką zasługą logiki formalnej oraz innych nauk należących do podstaw matematyki było właśnie ujawnienie luk i błędów, których przez całe wieki nie rozpoznawała ludzka intuicja. Aby lepiej zrozumieć motywy tych matematyków i logików, którzy widzieli sens w usystematyzowaniu i ugruntowaniu matematyki, przytoczę na koniec tej sekcji dłuższą wypowiedź Dedekinda z 1872 roku:

Jako profesor politechniki związkowej w Zurychu, musiałem wówczas po raz pierwszy wyklądać początki rachunku różniczkowego, i uczułem dotkliwiej niż kiedykolwiek brak prawdziwie naukowego ugruntowania arytmetyki. Przy pojęciu zbliżania się wielkości zmiennej do granicy, a szczególnie przy dowodzie twierdzenia, że dąży na pewno do granicy każda wielkość, która, rosnąc stale, nie rośnie jednak nieograniczenie, uciekałem się do obrazów geometrycznych. Dziś jeszcze uważam, że przy pierwszym nauczaniu rachunku różniczkowego takie odwoływanie się do intuicji geometrycznej jest rzeczą dydaktycznie pożyteczną, a nawet konieczną, jeżeli nie chcemy stracić wiele czasu. Lecz nikt nie zaprzeczy chyba, że ten sposób wprowadzenia rachunku różniczkowego nie może rościć pretensji do naukowości. Uczucie niezadowolenia owładnęło mną wówczas tak silnie, że powziąłem postanowienie rozmyślenia dopóty, dopóki nie znajdę czysto arytmetycznego i zupełnie ścisłego ugruntowania zasad analizy nieskończoności. Mówimy nieraz, że rachunek różniczkowy ma do czynienia z wielkościami ciągłymi, a jednak nigdzie nie podajemy określenia tej ciągłości. Nawet najściślejsze wykłady rachunku różniczkowego nie opierają swych dowodów na ciągłości, lecz odwołują się mniej lub więcej świadomie do wyobrażeń geometrycznych lub też na gruncie geometrycznym powstałych, albo wreszcie opierają się na twierdzeniach, które nigdy nie były udowodnione czysto arytmetycznie. Dotyczy to np. twierdzenia powyżej wspomnianego; dokładniejsze badanie przekonało mnie, że twierdzenie to, lub wszelkie inne równoważne mu, można uważać za dostateczną podstawę analizy nieskończoności.

Chodziło jeszcze tylko o to, aby odnaleźć jego właściwe źródło w podstawach arytmetyki i w ten sposób otrzymać zarazem prawdziwe określenie istoty ciągłości²⁰.

¹⁹ *Ibidem*, s. 65.

²⁰ R. Dedekind, *Ciągłość a liczby niewymierne*, tłum. S. Straszewicz, Warszawa 1914.

Stworzyć coś lepszego niż logika

W poprzedniej sekcji starałem się uzasadnić, że prawdziwym celem logiki było ugruntowanie matematyki i stworzenie uniwersalnej teorii poprawnych rozumowań. Nie wynika stąd bynajmniej, że twierdzę, że pozbawione sensu jest wyznaczanie innych celów logice — celów bardziej praktycznych. Obawiam się jednak, że logika bardziej praktyczna będzie niestety mniej ogólna. Zgadzam się z Kisielewiczem, że logika formalna jest mało praktyczna w konkretnej sytuacji problemowej. Konkretna sytuacja problemowa zanurzona jest bowiem zawsze w pewnym uniwersum, o którym posiadamy na ogół sporą wiedzę. Nie dziwi więc chyba nikogo fakt, że ta specyficzna wiedza jest bardziej przydatna w konkretnej sytuacji problemowej niż wiedza logiczna. Wiedza logiczna może wykryć tylko bardzo grube błędy, i to takie, które w ogóle nie zależą ani od uniwersum, w którym problem jest zanurzony, ani od wiedzy o nim.

Praktyczność nauki zatem klóci się z jej ogólnością. Niezliczona masa problemów życia codziennego każe wątpić w istnienie „logiki praktycznej”. Osobiście absolutnie nie wierzę w istnienie takiej nauki. Wątpię również, że „metodologia” rozsądnych możliwości²¹ w czymś tutaj pomoże. Wierzę natomiast w rozsądne kompromisy: istnieje logika szachów, logika warcabów, logika sudoku, logika handlu, logika polityki itp. Wszystkie te logiki mają to do siebie, że są w swojej dziedzinie bardziej praktyczne niż ta prawdziwa logika — logika formalna. Drugą zaś ich wspólną cechą jest to, że żadna z nich nie jest systematyczną nauką, a jedynie zbiorem lepiej lub gorzej rozpoznanych mechanizmów.

W tym gąszczu rozmaitych — bardziej lub mniej rozwiniętych — logik praktycznych zdecydowanie wyróżnia się logika myślenia matematycznego. W tej dziedzinie bardzo dobre — w mojej opinii — są publikacje zawierające zadania odbywającego się co roku konkursu „Kangur matematyczny”²². Książka *Logika i argumentacja* również mieści się w tym obszarze. Mam nadzieję, że wielu czytelników uzna tę pozycję za przydatną i cenną.

A few side notes on *Logic and Argumentation* by Andrzej Kisielewicz

Summary

In the paper we discuss selected philosophical theses presented in the book *Logic and Argumentation. Practical Course in Critical Thinking* by Andrzej Kisielewicz. In particular, we reflect on formal logic and practical reasoning, their merits and limitations, and we ask about a sensible compromise between the generality of the former and the usefulness of the latter.

²¹ Por. A. Kisielewicz, *op. cit.*, s. 61–63.

²² Por. np. zbiór zadań dla dzieci klas III i IV szkół podstawowych *Międzynarodowy Konkurs Kangur Matematyczny, 2015–1993, Małuch. Zadania i rozwiązania*, Z. Bobiński et al. (red.), Toruń 2015. Zadania konkursowe w innych kategoriach wiekowych zamieszczane są też na stronie: www.kangur-mat.pl/.

ANDRZEJ BIŁAT
ORCID: 0000-0003-1884-1361
Politechnika Warszawska

Uwagi o podręczniku *Logika i argumentacja* Andrzeja Kisielewicz

Podręcznik Andrzeja Kisielewicza *Logika i argumentacja. Praktyczny kurs krytycznego myślenia* (Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2017; dalej: *LiA*) jest interesującym źródłem wielu praktycznych wskazówek rozwijających umiejętność krytycznego myślenia, licznych zagadek logicznych, zadań z testów na inteligencję i zabawnych anegdot. Natomiast jego słabością jest niemal całkowite ignorowanie możliwości praktycznych zastosowań logiki formalnej w krytycznym myśleniu oraz ostra — moim zdaniem zdecydowanie przesadzona — krytyka poglądu uznającego takie możliwości. Owa krytyka, jej nieprzejeźdźny styl oraz elementarne błędy z zakresu logiki formalnej sprawiają, że podręcznik może przynieść idei krytycznego myślenia więcej szkody niż pożytku.

Książka jest niezwykle oryginalna na tle innych polskich podręczników logiki praktycznej. Jest ona z jednej strony przesiąknięta kartezjańskim „intuicjonizmem” i duchem walki z podejściem formalnym w krytycznym myśleniu, a z drugiej — zaskakuje niedostatkami jasności głoszonych idei i wyrazności wprowadzanych pojęć.

Wbrew sugestii redaktorów (zawartej w zaproszeniu skierowanym do potencjalnych uczestników niniejszego sympozjum), nie sądzę, aby zaproponowana w *LiA* „metoda wyczerpującej analizy rozsądnych możliwości” była zasadniczo nową metodą. Ów zwrot jest raczej hasłem wskazującym na pewne podejście, w którym preferowane są niektóre dobrze znane w logice formalnej i w jej dydaktyce schematy wnioskowań (jak rozbudowane wersje *modus tollendo ponens*) oraz intuicyjne techniki semantyczne (jak metoda wyszukiwania możliwych kontrprzykładów). Niestety, podejście to nie zostało w książce dość jasno i wyraźnie wyłożone.

Wspomniany wątek „antyformalistyczny” koncentruje się w *LiA* w jej trzech głównych (wyraźnie w niej wyróżnionych) tezach krytycznych:

(1) Logiczne rozumowanie nie polega na stosowaniu schematów. Logika formalna nie ma zasadniczych zastosowań w praktyce logicznego myślenia¹.

(2) Logiczne rozumowanie ma zasadniczo charakter twórczy. Nie istnieją żadne ogólne prawa i zasady, którymi można by się posługiwać przy wyciąganiu logicznych wniosków².

(3) Większość zastosowań logiki formalnej w praktycznych zastosowaniach ma charakter retoryczny!³.

W swoich komentarzach ograniczę się do uwag dotyczących: (I) krytyki wyrażonej w tezach (1)–(3), (II) przedstawionej w książce idei logiki praktycznej jako „analizy możliwości” oraz (III) warsztatowej strony książki.

I. Tezy (1)–(3) nie są w *LiA* należycie uzasadnione; w moim przekonaniu są one też mylące i dydaktycznie szkodliwe.

Na poparcie swojej tezy (1) autor zwraca jedynie uwagę na to, że rozwiązania dwóch wskazanych przez niego zagadek — „o niedźwiedziu” i „o gwiazdkach” — nie są wynikiem zastosowania żadnych schematów logiki formalnej. Jednocześnie przyznaje, że rozumowanie zawarte w drugiej z wymienionych zagadek da się sformalizować i na tej podstawie można trafnie ocenić jego poprawność (o czym za chwilę).

Teza (1) będąca daleko idącym uogólnieniem owego spostrzeżenia (dotyczącego wspomnianych zagadek) nie została poparta żadnymi odniesieniami do literatury przedmiotu. Zresztą autor w ogóle nie stosuje w książce zwyczaju wspierania swoich kontrowersyjnych przekonań jakimikolwiek odniesieniami do istniejących badań. Wygląda na to, że ich głównym wsparciem empirycznym jest własna praktyka dydaktyczna, a wsparciem teoretycznym — pewna interpretacja podawanych przez siebie przykładów rozumowań. Spróbuję pokazać, na czym polega niedoskonałość i jednostronność tej interpretacji.

Zwrot „stosowanie schematu” użyty w (1) może być rozumiany na dwa różne sposoby: taki, który nie wymaga, aby stosowanie schematu było wyraźne (tj. związane z jego wyraźnym wskazaniem) i taki, który tego wymaga. Autor zdaje się używać tego drugiego znaczenia (nie wskazując go wyraźnie). Świadczy o tym między innymi następująca wypowiedź:

Przykład z rozumowaniem o gwiazdkach [...] pokazuje, że formalne schematy wnioskowania nie są faktycznie używane w praktyce [...]. Gdy się podejmie próbę [jego] formalizacji, to rzeczywiście można dostrzec, że rozumowanie nie jest poprawne [...], jednak znacznie skuteczniejszą metodą jest rozważenie możliwości⁴.

Otóż jeśli dzięki formalizacji danego rozumowania (dedukcyjnego) można dostrzec, że jest ono niepoprawne, to wyłącznie dzięki temu, że został w nim użyty (zastosowany) — choć niekoniecznie w sposób wyraźny — pewien formalny schemat rozumowania, który jest zawodny. Jednakże konkluzja ta jest niezgodna z pierwszą częścią zacytowanej wypowiedzi. Interpretując życzliwie tę (niejasną) wypowiedź, zakładam dalej, że autor utożsamia znaczenia zwrotów „stosować sche-

¹ A. Kisielewicz, *Logika i argumentacja. Praktyczny kurs krytycznego myślenia*, Warszawa 2017, s. 61.

² *Ibidem*, s. 86.

³ *Ibidem*, s. 193.

⁴ *Ibidem*, s. 61.

mat” i „stosować schemat w sposób wyraźny” (do kwestii tej powrócę w zakończeniu tej sekcji).

Od tego — raczej niestandardowego — utożsamienia krótka już droga do przekonania, że żadne logiczne schematy nie są w praktyce stosowane. W szczególności, pierwsza część tezy (1) staje się trywialnie prawdziwa: oczywiście, że do istoty logicznego rozumowania nie należy wyrażne wskazywanie użytych w nich schematów logicznych — podobnie jak do istoty poprawnego wysławiania się nie należy cytowanie reguł gramatycznych. Jednakże stąd w żaden sposób nie wynika druga część tezy (1); dokładniej: stąd, że na ogół schematy logiczne nie są w rozumowaniach wyraźnie wskazywane nie wynika, że logika formalna nie ma w nich żadnych zastosowań (podobnie z faktu, że większość użytkowników języka nie zna wielu jego reguł gramatycznych nie wynika, że gramatyka nie ma żadnego zastosowania w praktyce poprawnego mówienia). Zgodnie z „mainstreamowym” podejściem we współczesnej logice, istnieje co najmniej jeden obszar, w którym ma ona takie zastosowanie: jest nim kontrola formalnej poprawności wnioskowań dedukcyjnych.

O pochyłości uogólnienia dokonanej w (1) świadczy choćby fakt, że wiele naturalnych argumentacji ma strukturę dowodu założeniowego. Aby się o tym przekonać, wystarczy przejrzeć rozwiązania zagadek zawarte w popularnych książkach R. Smullyana. Można też wskazać (dość naturalne) przykłady wnioskowań z wieloma przesłankami, których ocena formalnej poprawności sprawia wielu studentom (nie tylko kierunków humanistycznych) sporą trudność — dopóki nie zbudują dla nich schematów, o których wiedzą lub mogą się dowiedzieć (na przykład metodą zerojedynkową), że są niezawodne lub że są zawodne (zob. na przykład zadania 44 i 45 *Ćwiczeń z logiki* B. Stanosz⁵).

Dla swojego przekonania (2) autor nie wskazuje żadnej racji poza ogólnikowym stwierdzeniem — o charakterze rozumowania z analogii — że niektóre procedury zwane „metodami” (na przykład tak zwana metoda prób i błędów) są najczęściej związane z jakimś logicznym rozumowaniem, a mimo to „żadnych konkretnych ogólnych reguł tu wskazać nie sposób”⁶. Z kolei w uzasadnieniu (3) autor stwierdza:

Krótkie formalne rozumowania, a przecież tylko takie zdarzają się w praktycznych rozumowaniach, prowadzą do wniosków oczywistych [...]. Jeśli więc ktoś uzasadnia wniosek oczywisty, to czyni to wyłącznie dla retorycznego efektu⁷.

Wbrew sugestii autora wiele praktycznych rozumowań jest rezultatem (mniej lub bardziej uświadomionych) zastosowań złożonych zestawów reguł logiki formalnej i metalogiki. Przykłady takich rozumowań — podpadających pod schematy dowodu założeniowego (wprost lub nie wprost) — dostarczają wspomniane rozwiązania zagadek w książkach Smullyana.

Przekonania (1)–(3) oceniam nie tylko jako niezasadne, ale też jako mylące i szkodliwe. Myląca i szkodliwa jest zwłaszcza wizja konieczności wyboru między intuicyjną analizą możliwości (cokolwiek to miałoby ostatecznie znaczyć — zob. sekcję II) i formalną analizą rozumowań. Sytuacja wygląda zgoła odmiennie: obie

⁵ B. Stanosz, *Ćwiczenia z logiki*, Warszawa 2000, s. 37–39.

⁶ A. Kisielewicz, *op. cit.*, s. 86.

⁷ *Ibidem*, s. 193.