ANDRZEJ KISIELEWICZ
ORCID: 0000-0002-2954-344
Uniwersytet Wrocławski

Odpowiedź na polemiki i komentarze do mojej książki *Logika i argumentacja*

Na wstępie chciałbym wyrazić radość, że moja książka stała się pretekstem do tak interesujących wypowiedzi zawartych w niniejszym tomie. Otrzymałem przywilej odniesienia się – do nich i chciałbym to uczynić szczególnie w stosunku do różnego rodzaju wątpliwości i tez krytycznych. Wszystkim autorom dziękuję bardzo za wszelkie, dość liczne, pochwały i komplementy oraz wsparcie różnych idei zawartych w mojej książce. Upewniają mnie one, że jestem na dobrej drodze i zachęcają do zmierzenia się z krytyką głównie w celu poprawienia niedoskonałości i błędów, których nie unikałem w moim podręczniku, oraz solidniejszego przygotowania następnego, ulepszanego wydania książki. Dziękuję też za krytykę, i tę trafną, i tę (moim zdaniem) nietrafną, bo wszelka krytyka czyniona w dobrej wierze wskazuje, że jednak coś zrobiłem nie tak, jak należy i pozwala mi na podjęcie próby ulepszenia tekstu pod różnymi względami.

Zgodnie z zapowiedzią sformułowaną we *Wprowadzeniu* do niniejszej dyskusji spodziewałem się, że wiele rzeczy będę musiał wyjaśnić i uzasadnić, bo nie było na to miejsca w podręczniku. Jak się wydaje, największy sprzeciw podczas sympozjum (a także w tekstach zawartych w tym tomie) wzbudziła moja radykalna krytyka logiki formalnej. Ponieważ większość autorów przypisała mi tezy, których bynajmniej nie sformułowałem, zinterpretowała moje wypowiedzi niezgodnie z moimi intencjami, zacznę ogólnie od ściślejszego sformułowania moich tez w tym zakresie. Sądzę też, że tutaj właśnie jest znakomite miejsce, żeby spróbować tezy te solidnie uzasadnić. W drugiej części odniosę się do konkretnych uwag i zarzutów.

Część I. Moja krytyka logiki formalnej

Zacznę od uściślenia pojęć „logika formalna” i „logika praktyczna” (o co w swojej wypowiedzi apeluje szczególnie profesor Krzysztof Szlachcic). Przez logikę formalną rozumiem naukę opartą na metodzie formalnej i związane z nią podejście do analizy rozumowań, natomiast przez logikę praktyczną rozumiem sposoby rozumowania i wyciągania poprawnych wniosków (tych które kolokwialnie określa się mianem „logicznych”) stosowane w praktyce codziennych rozumowań i badań naukowych. Uściślając, logika formalna w moim rozumieniu obejmuje wszelkie badania z zakresu logiki, w których stosuje się podejście formalne, a także — szerzej — wszelkie próby stosowania tych badań lub rozszerzania na inne dziedziny niż te dotyczące wnioskowania, rozumowania i definiowania. Mam tu więc na myśli cały potężny obszar badań opisany, na przykład, w zarysie encyklopedycznym pod redakcją W. Marciszewskiego *Logika Formalna*¹. Teoretycznie logika formalna, w szczególności, powinna dostarczać narzędzi logice praktycznej, ale w tym punkcie mam właśnie zasadnicze wątpliwości. Żeby je dokładniej określić, zacznę od tego, czego nie twierdzę i nie neguję.

Nie neguję wielkiego sukcesu logiki formalnej w nauce; twierdzę wręcz, że jej osiągnięcia mają charakter wyjątkowo spektakularny i bezprecedensowy. Nie neguję, a wręcz jestem ciągle pod wrażeniem, niezwykłych osiągnięć logiki matematycznej, z twierdzeniami Gödla, Churcha i Turinga na czele, które można zaliczyć do szczytów osiągnięć ludzkiego rozumu. Logika matematyczna wniosła olbrzymi wkład w zrozumienie fenomenów dotyczących pewnych aspektów rozumowań matematycznych, a także trudny do przecenienia wkład w praktykę uprawiania matematyki i ogólną kulturę matematyczną. Z drugiej strony logika formalna stała się jednym z fundamentów technologii komputerowej. Można dyskutować, czy wkład logiki formalnej w tę rewolucyjną zmianę naszej cywilizacji był większy lub mniejszy, ale jest on niewątpliwy i sam jeden wystarczyłby do wystawienia logice formalnej specjalnego pomnika w pamięci nauki.

Twierdzę jednak, że wypracowany przez logikę formalny model matematycznych (dedukcyjnych) rozumowań ma charakter teoretycznej idealizacji, która zasadniczo nie nadaje się do wykorzystania w praktycznym matematycznym rozumowaniu. Idealizacja ta skupiona jest bowiem na jednym szczególnym aspekcie matematycznych rozumowań (ich teoretycznym zasięgu) i abstrahuje od innych, bardzo istotnych aspektów praktycznych rozumowań.

Twierdzę, w szczególności, że wypracowane przez logikę niezawodne schematy wnioskowania nie mają zasadniczo praktycznych zastosowań w rzeczywistych rozumowaniach matematycznych, a w każdym razie ich użyteczność w tych rozumowaniach jest znacznie mniejsza niż się powszechnie sądzi. Tym bardziej w rozumowaniach niematematycznych, w których dedukcja odgrywa przecież rolę ograniczoną, schematy te są w praktyce bezużyteczne. Nikt ich w praktyce nie stosuje (poza upartymi wyznawcami metody formalnej, którzy usiłują je stosować, bez widocznego powodzenia), a forsowanie ich w podręcznikach krytycznego

¹ *Logika formalna. Zarys encyklopedyczny*, W. Marciszewski (red.), Warszawa 1987.

myślenia i logiki praktycznej jako podstaw „dobrego rozumowania” jest, moim zdaniem, narosłym przez stulecia wielkim poznawczym nieporozumieniem.

Moja krytyka logiki formalnej odnosi się więc przede wszystkim do niewłaściwego sposobu wykorzystania jej w edukacji logicznej, która prowadzi studentów do mylących wniosków i wyobrażeń o praktyce logicznego rozumowania. Na poziomie filozoficznym zaś moja krytyka odnosi się do błędnej interpretacji związku formalnych schematów wnioskowania z rzeczywistymi rozumowaniami oraz znaczenia innych osiągnięć logiki formalnej dla zrozumienia mechanizmów myślenia.

Twierdząc zatem, że niezbędna jest radykalna zmiana w koncepcji nauczania krytycznego myślenia i logiki praktycznej połączona z uświadomieniem sobie błędów dotychczasowego podejścia.

Mój radykalizm w tej sprawie wynika między innymi z faktu, że z dotychczasowych dyskusji z kolegami w trakcie kilku konferencji, podczas których starałem się przedstawiać moje podejście do nauczania logiki, zorientowałem się, że wielu zgadza się zasadniczo z moimi tezami, ale nikt nie wyciąga z tego naturalnego wniosku, że wobec tego podejście w dotychczasowych podręcznikach logiki praktycznej i krytycznego myślenia jest zasadniczo błędne i powinno zostać zmienione. Co więcej, gdy usiłuję kolegom uzmysłowić ten właśnie wniosek, zaczynają zgłaszać wątpliwości i bronić stanowiska, że dotychczasowe podejście nie jest w sumie złe, a jedynie wymaga być może pewnych korekt i ulepszeń. Także ci, którzy twierdzą, że w mojej koncepcji nie ma niczego nowego, że wszystko to już było zauważone wcześniej i powiedziane, nie dostrzegają faktu, że lwia część podręczników krytycznego myślenia i praktycznej logiki poświęcona jest nadal prezentacji osiągnięć logiki formalnej (z sugestią, że to są narzędzia do skutecznego wyciągania logicznych wniosków w praktyce) — a więc tego, że nawet jeśli to wszystko, co zawiera moja koncepcja, zostało już odkryte i powiedziane, to nie zostało należycie rozpoznane i w edukacji logicznej pozostaje niezauważone².

Wreszcie ci, którzy przekonani są (nawet bez dokładniejszego zapoznania się), że prezentowane przeze mnie idee są zasadniczo błędne (a nawet szkodliwe, jako wysuwane przez logika i matematyka), niech spróbują przyjąć (zalecaną przeze mnie w podręczniku) zasadę życzliwej interpretacji i założą, iż istnieje możliwość, że jednak ja mam rację, rozważą starannie zakres mojej krytyki zawarty w moich twierdzeniach (sformułowanych powyżej) i życzliwie przeczytają przedstawione niżej uzasadnienie tych twierdzeń. Jeśli po tym eksperymencie nadal pozostaną przy swoim, to — że tak się wyrażę — nic już na to nie poradzę.

1.1. Dwa ujęcia twierdzenia Gödla o zupełności

W mojej książce proponuję odrzucenie dotychczasowego podejścia do nauczania logiki praktycznej i krytycznego myślenia, którego podstawą są formalne schematy

² Pomijam już banalność i oczywisty fakt bezpłodności takiej krytyki, bowiem o każdej nowej idei można stwierdzić, że nie jest nowa i pojawiła się wcześniej. W dalszej części tego artykułu wskazuję w punktach na podstawowe różnice pomiędzy moją koncepcją a podejściem stosowanym w dotychczasowych podręcznikach.

wnioskowania, i zastąpienie go podejściem, które za wzór bierze nie teoretyczny model, lecz praktykę matematycznego rozumowania. Najpierw przypomnę w stosownym skrócie te najważniejsze cechy formalnego modelu matematyki (wypracowanego w ramach logiki matematycznej), które będę chciał wykorzystać w mojej argumentacji.

Logicy wypracowali nie jeden, lecz cały szereg systemów aksjomatyzujących logikę klasyczną, które najogólniej można potraktować jako skończone zestawy formalnych schematów wnioskowania. Słowo formalne bierze się stąd, że schematy te odnoszą się wyłącznie do zewnętrznych form zdań i abstrahują od ich treści (zawartości semantycznej). Każdy z tych systemów może służyć do aksjomatyzacji (formalizacji) matematyki i poszczególnych teorii matematycznych w następującym sensie. Dla danej teorii określa się jej pojęcia pierwotne i ścisłe reguły formowania zdań z użyciem symboli odpowiadających pojęciom pierwotnym oraz symboli logicznych. Następnie, w tym symbolicznym języku wyrażamy twierdzenia pierwotne tej teorii (aksjomaty). Przez twierdzenia (pochodne) danej teorii rozumiemy teraz wszystkie zdania w języku tej teorii, które można wyprowadzić z aksjomatów, stosując wyłącznie dostępne schematy wnioskowania. Innymi słowy, są to wszystkie zdania, które w tej teorii posiadają formalny dowód (formalny dowód definiujemy jako ciąg zdań taki, że każde zdanie w ciągu jest albo aksjomatem, albo wynika z poprzedzających go zdań na mocy jednego ze schematów wnioskowania należących do aksjomatyzacji).

Teorie matematyczne zwykle nie określają jednoznacznie opisywanego świata matematycznych obiektów. Jak ujmują to logicy, teorie posiadają zazwyczaj wiele różnych modeli. Model danej teorii to zbiór z pewnymi relacjami odpowiadającymi pierwotnym pojęciom, taki, że w strukturze tej prawdziwe są wszystkie aksjomaty teorii (mówiąc dokładniej, chodzi o interpretacje aksjomatów w danym modelu; prawdziwość definiuje się precyzyjnie za pomocą technicznego pojęcia spełniania). Zdania niebędące twierdzeniami teorii w niektórych modelach mogą być prawdziwe (spełnione), a w innych nie. Słynne Twierdzenie Gödla o pełności orzeka, że rozważana aksjomatyzacja jest dobra i pełna, w tym sensie, że twierdzenia dowolnej teorii matematycznej (opartej na danej aksjomatyzacji) to dokładnie te zdania, które spełnione są w każdym modelu spełniającym aksjomaty tej teorii.

Inne ujęcie tego fundamentalnego twierdzenia odwołuje się do dwóch definicji konsekwencji logicznej: semantycznej i syntaktycznej. Zgodnie z pierwszą definicją zdanie φ jest konsekwencją logiczną zbioru zdań Δ , jeśli w każdym modelu, w którym spełnione są wszystkie zdania Δ , spełnione jest również zdanie φ . Odpowiada to klasycznej definicji prawdy logicznej (pochodzącej od Leibniza) mówiącej że, zdanie jest prawdą logiczną wtedy, gdy spełnione jest we wszystkich możliwych światach. Zgodnie z drugą definicją zdanie φ jest konsekwencją logiczną zbioru zdań Δ (w sensie syntaktycznym), jeśli φ może być otrzymane z Δ w skończonej ilości kroków przez zastosowanie danych reguł wnioskowania. Twierdzenie Gödla o zupełności mówi, że obie te definicje są równoważne. Innymi słowy, mówi ono, że dany zbiór reguł wnioskowania (dana aksjomatyzacja logiki) dobrze i w pełni charakteryzuje naturalne pojęcie konsekwencji logicznej, jakim jest definicja

semantyczna³. Dlatego twierdzenie to zwane jest też twierdzeniem o słuszności aksjomatyzacji (dowodzi się go osobno dla każdej dobrej aksjomatyzacji, co nie zawsze bywa dostrzegane).

Twierdzenie Gödla o zupełności jest dla logiki praktycznej bardziej fundamentalne i istotniejsze niż słynne, znakomite, ale przeceniane co do filozoficznych konsekwencji, twierdzenie Gödla o niezupełności⁴.

1.2. Formalizacja i redukcja w matematyce

Dla celów tej argumentacji ważnych jest kilka spraw, które tu wyeksponuję. Teoretycznie każdy matematyczny dowód można sformalizować w tym sensie, że można znaleźć jego odpowiednik w danym formalnym systemie aksjomatycznym. Taki odpowiednik mniej lub bardziej wzorowany jest na oryginalnym dowodzie, mniej lub bardziej powstaje przez próbę sformalizowania poszczególnych kroków dowodu praktycznego. Jednakże nie ma żadnych praktycznych reguł formalizacji, jest to zasadniczo czynność twórcza, wymagająca ograniczenia się do wyznaczonej z góry, niewielkiej zwykle liczby formalnych schematów wnioskowania i zasobu pojęć pierwotnych. W zależności od wielkości tych zasobów jeden praktyczny krok rozumowania może wymagać zastąpienia go od kilkunastu do kilkuset formalnymi krokami. W ramach badań nad sztuczną inteligencją nie udało się dotąd zbudować systemu, który zdolny byłby do przekładania dowodów praktycznych na sformalizowane. Nie udało się zbudować żadnego ogólnego systemu dowodzenia twierdzeń opartego na idei formalizacji, który byłby zdolny do uzyskania nowych interesujących rezultatów matematycznych. Póki co formalizacja matematycznych rozumowań ma wyłącznie charakter teoretyczny, pozwalający uzyskać wiedzę na temat zasięgu tych rozumowań i możliwości metody dedukcyjnej, ale — na razie — nie nadaje się ona do praktycznych zastosowań⁵.

Zgodnie ze wskazanymi osiągnięciami logiki matematycznej całą matematykę da się sformalizować i zredukować do jednego systemu teorii zbiorów z jednym

³ Na fakt, że naturalne rozumowanie logiczne odpowiada definicji semantycznej, i że mogą to potraktować jako dodatkowy argument na rzecz mojej koncepcji, zwrócił uwagę profesor Ludomir Newelski.

⁴ Dokładniejszy, w miarę popularny opis tych i innych osiągnięć logiki matematycznej można znaleźć w mojej książce *Sztuczna inteligencja i logika* (A. Kisielewicz, *Sztuczna inteligencja i logika: podsumowanie przedsięwzięcia naukowego*, Warszawa 2011, 2014). Swego rodzaju popularny opis zawiera też *Filozofia logiki* Quine'a (W.V.O. Quine, *Filozofia logiki*, tłum. H. Mortimer, Warszawa 1977), w której autor usiłuje zinterpretować osiągnięcia logiki formalnej w dziedzinie języka naturalnego. Z samą zasadnością tej interpretacji można się nie zgodzić, ale opis daje dobre wyobrażenie o osiągnięciach logiki w dziedzinie matematyki. Bardziej techniczny, ale ciągle jeszcze w miarę przystępny opis zawiera znakomicie napisana książeczka Lyndona *Notes on Logic* (R.C. Lyndon, *Notes on Logic*, Van Nostrand 1966).

⁵ W literaturze z zakresu sztucznej inteligencji, jako najbardziej spektakularne praktyczne zastosowanie formalizacji matematycznych rozumowań wskazuje się często rozwiązanie problemu Robbina przez EQP theorem-prover. W *Sztucznej inteligencji i logice* (A. Kisielewicz, *op. cit.*) wyjaśniam, że jest to szczególnie problem dotyczący zakresu formalnych wnioskowań logiki równościowej, a rozwiązanie jest jedynie naturalnym zastosowaniem siły obliczeniowej komputerów do tego rodzaju szczególnych problemów obliczeniowych. Twierdzenie, że jest to przykład zastosowania formalizacji matematycznych problemów do rozwiązania naturalnego problemu matematycznego jest mocno nieścisłe i na wyrost.

tylko pozalogicznym symbolem pierwotnym oznaczającym „należenie elementu do zbioru”. Aksjomaty odpowiedniej teorii mnogości da się spisać, razem z aksjomatami i regułami wnioskowania, na jednej kartce. Teoretycznie kartka ta zawiera więc całą naszą wiedzę matematyczną, w tym sensie, że każde znane twierdzenie matematyczne da się zapisać w tej symbolice i wyprowadzić (udowodnić formalnie) wyłącznie przy użyciu zapisanych reguł. Jeśli po kolei będziemy wypisywali wszystkie możliwe dowody, a to da się zaprogramować (istnieje odpowiedni algorytm), to prędzej czy później trafimy na dowód naszego twierdzenia. Niestety, w praktyce będzie to zwykle tak „późno”, że tego nie dożyjemy i nie doczeka tego nawet nasza cywilizacja, bowiem, ze względu na obliczeniową złożoność całego przedsięwzięcia, idea ma charakter wyłącznie teoretyczny.

Nie dość uwypuklony w prezentacjach tego faktu jest właśnie gigantyczny rozmiar redukcji, z jaką mamy tu do czynienia. Nie tylko wielki i różnorodny zbiór efektywnych metod matematycznego rozumowania zredukowany zostaje do bardzo ograniczonego zestawu formalnych schematów wnioskowania o najbardziej elementarnym charakterze, ale cały system pojęć, definicji, powiązań treściowych, który opisuje świat abstrakcyjnych matematycznych obiektów i daje w nim rozeznanie, zredukowany zostaje do niewielkiego zbioru pojęć pierwotnych. W rezultacie bardziej zaawansowane twierdzenia sięgające w głąb złożonego systemu naturalnych pojęć wymagają setek, a nawet tysięcy znaków w formalnym zapisie danego systemu aksjomatycznego. Zapisy takie mają charakter jedynie teoretyczny, ponieważ są zupełnie nieczytelne dla człowieka i bezużyteczne dla maszyn⁶.

Redukcję rozumowań matematycznych do formalnych dowodów warto porównać z redukcją obliczeń matematycznych do formalnych operacji na bitach ciągów zerowyjedynekowych reprezentujących liczby. Gdy Alan Turing (1936) prezentował koncepcję takiej redukcji, w żadnym razie nie chodziło mu o to, żeby ludziom proponować przejście na taką metodę obliczeń. Jest ona bowiem (dla człowieka) zupełnie nieefektywna. Chodziło mu przede wszystkim o uzyskanie pewnych teoretycznych rezultatów na temat obliczeń, a także mógł mieć nadzieję na zrealizowanie tej idei do budowy maszyn liczących. I to ostatnie się udało — współczesna architektura komputerów w dużym stopniu oparta jest na idei zbieżnej z koncepcjami Turinga. Podobnie jest w przypadku formalizacji rozumowań matematycznych. Fundamentalna różnica jest jednak taka, że w obliczeniach mamy do czynienia z ciągiem operacji, który z góry możemy zaprojektować (przy pomocy programu komputerowego realizującego odpowiedni algorytm), natomiast rozumowań matematycznych nie umiemy projektować, bo mają one charakter w najwyższym stopniu twórczy, oparty w niejasny sposób na wiedzy, wyobraźni i zdolnościach człowieka. Możemy próbować wyczerpać w systemie formalnym wszystkie możliwe drogi rozumowania, żeby znaleźć tę trafną, ale to (jak już wspomniałem) ze względu na olbrzymią złożoność obliczeniową okazuje się nie do zrealizowania przy pomocy współczesnych komputerów (niemożliwa do zrealizowania jest nawet tak prosta idea, jak rozważenie wszystkich możliwych kontynuacji w grze w szachy

⁶ Chciałbym podkreślić, że to, co mówię zarówno tutaj, jak i dalej dotyczy także innych sposobów formalizacji dedukcji, na przykład dedukcji naturalnej.

— liczba takich kontynuacji przekracza szacowaną ilość atomów we wszechświecie i jest absolutnie poza możliwościami technologii cyfrowej). Istnieją różne pomysły przezwyciężenia tej złożoności w przypadku rozumowań poprzez wprowadzenie olbrzymiego systemu pojęć (i zmniejszenie w ten sposób długości dowodów), kierowanie poszukiwaniem dowodu poprzez różne heurystyki i nie jest wykluczone, że jakiś sukces uda się na tej drodze osiągnąć. Póki co trzeba jednak odnotować fakt, że ponad pół wieku badań w tym kierunku (w ramach sztucznej inteligencji) nie przyniosło jak dotąd praktycznie żadnych znaczących rezultatów.

Formalizacja matematyki ujmuje tylko jeden szczególny aspekt matematycznych rozumowań dotyczący ich zasięgu, tego co da się udowodnić metodami matematycznymi i czego nie da się udowodnić, natomiast całkowicie abstrahuje ona od praktycznej strony matematycznych rozumowań związanych z wyobraźnią, rozbudowanym systemem pojęć i myślowymi modelami, do których odwołują się matematycy w praktyce.

1.3. Formalne wnioskowania jako przeformułowania

Nie oznacza to jeszcze, że formalne schematy nie mogą być praktycznie przydatne w jakichś ograniczonych sytuacjach, na przykład do krótkich rozumowań niematematycznych, jako gwarantujące ścisłość i pewność. Rzecz jednak w tym, że wnioskowania zgodne z formalnymi schematami, będącymi podstawą logiki formalnej i prezentowanymi w podręcznikach logiki praktycznej i krytycznego myślenia, w praktyce nie posuwają rozumowania do przodu (bo dopiero wielka liczba takich elementarnych wnioskowań z rząd może dać nietrywialne wnioski). Podstawowe schematy, do których teoretycznie zredukowano rozumowania matematyczne i które prezentuje się w podręcznikach logiki praktycznej mają charakter transformacji językowych, prawdziwych i oczywistych na podstawie właściwego rozumienia występujących w nich terminów (na tym polega szczególnie fenomen formalizacji). Formalne wnioskowania można więc potraktować jako swego rodzaju przeformułowania, o ile tylko termin ten będziemy rozumieć odpowiednio szeroko, uwzględniając w nim przeformułowania uszczegóławiające (zaczynające się od słów „W szczególności...”). Zauważmy, że tak właśnie funkcjonowały te wnioskowania w rozumowaniach dawnych matematyków, gdy nie powoływano się na żadne schematy formalnej logiki, a jedynie na fakt, iż oczywiste jest, że stwierdzenie da się tak właśnie przeformułować. I w istocie rzeczy tego typu wnioskowania funkcjonują w praktyce do dziś — jako „rozjaśniające obraz rozważań przeformułowania”⁷.

⁷ Osobną kwestią wymagającą dobrego wyjaśnienia jest, jak to się dzieje, że nietrywialne i trudne matematyczne rozumowania dadzą się sprowadzić do (długich) ciągów czysto językowych transformacji. Jest to problem dyskutowany przez filozofów od momentu, gdy uświadomiono sobie zasadniczo językowy charakter formalnych schematów wnioskowania. Istotą wyjaśnienia (moim zdaniem) jest tu fakt, że co prawda różni matematycy mogą mieć bardzo różne wyobrażenia świata matematycznych obiektów (od tego zależy zdolność do rozwiązywania trudnych problemów), lecz to, co wspólne w tych wyobrażeniach, co intersubiektywne, to ścisłe definicje, czyli coś, co zasadza się na języku. W końcu wszelkie rozumowania matematyczne muszą więc dać się sprowadzić (zredukować) do manipulacji definicjami, czyli do językowych transformacji, a to, że w praktyce w swoich rozumowaniach matematycy

1.4. Praktyczne rozumowania matematyczne

Przyjrzyjmy się teraz praktycznym metodom rozumowania stosowanym przez matematyków. Jak słusznie zauważył profesor Ludomir Newelski w swoim wystąpieniu, praktyczna metoda wyciągania wniosków przez matematyków odpowiada bardziej semantycznej, a nie syntaktycznej definicji konsekwencji logicznej (s. 49–55). Generalnie, wnioski w praktycznym matematycznym rozumowaniu wyciąga się w oparciu o myślowy obraz (model) rozważanego problemu. Operuje się przy tym takimi zwrotami, jak „oczywiste jest”, „jest jasne”, „łatwo zauważyć”. Nie trzeba dodawać, że pojęcia te są bardzo względne: to, co oczywiste jest dla znawcy przedmiotu i ma postać oczywistego wniosku, może być zupełnie niezrozumiałe dla adepta.

W praktycznych rozumowaniach matematycznych, jak w żadnej innej dziedzinie, mamy do dyspozycji olbrzymi zasób ścisłych twierdzeń, których znajomość pozwala wyciągać wnioski bardzo głębokie i dalekosiężne. Jeśli spełnione są założenia twierdzenia, to spełniona jest też jego teza. Z formalnego punktu widzenia stosujemy tu schemat wnioskowania zwany regułą odrywania (*modus ponens*), jednakże sposób wyciągania takiego wniosku zawarty jest już w samym sformułowaniu twierdzenia i wystarczy znać i rozumieć treść twierdzenia, żeby bez żadnego formalnego uzasadnienia (bez znajomości formalnego sformułowania reguły odrywania) wyciągnąć stosowny wniosek. Ten typ rozumowania obecny był w matematyce od zarania dziejów, matematycy wyciągali tego typu wnioski bez żadnych formalizmów i dopiero w XIX wieku pojawiła się wyraźna świadomość, że takie wnioskowanie można interpretować jako formalne zastosowanie reguły *modus ponens*. W praktycznych rozumowaniach matematycznych mamy też do dyspozycji mniej i bardziej rutynowe metody obliczeń lub typowego rozumowania, które również pozwalają wyciągać daleko idące i nieoczywiste wnioski, i znacznie poszerzać rozeznanie (subiektywną wiedzę) w przedmiocie rozważań. Metody te nastawione są przede wszystkim na efektywność i w swoim charakterze stanowią przeciwieństwo formalnego dowodu. Stanowią one wielki zbiór wyspecjalizowanych metod, z których każda wymaga odrębnego nauczania się i opanowania, a nie jakiś ogólny sposób matematycznego rozumowania.

Wnioski w obu wskazanych typach rozumowań mają oczywiście logiczny charakter w tym sensie, że spełnione są w każdym modelu, w którym mamy dane założenia, jednakże w stosowaniu twierdzeń czy metod obliczeniowych dominujące jest poczucie konsekwencji: „skoro zachodzi to i to, to *m* u s i również zachodzić to”.

Trzecią typową metodą rozumowania matematycznego jest elementarna analiza możliwych przypadków. Gdy w danej sytuacji trudno wyciągnąć jakiś bezpośredni wniosek o charakterze oczywistej konsekwencji, gdy brakuje odpowiedniego twierdzenia i odpowiedniej metody, wówczas zagadnienie rozbija się na przypadki, poprzez przyjęcie dodatkowych założeń, takich, które pozwalają w danym przypadku posunąć rozumowanie do przodu. Samo wyróżnienie przypadków, przyjęcie dodatkowych założeń jest czynnością twórczą opartą o wyobraźnię i spostrzegawczość, dostrzeżenie, że przy dodatkowym założeniu sprawa będzie prostsza lub że

posługują się wyobraźnią i myślowymi subiektywnymi modelami świata matematycznych obiektów to zupełnie inna sprawa. Na tej sugestii muszę tu przerwać, bo rzecz nadaje się na odrębny artykuł.

kluczowa jest dodatkowa wiedza na temat tej czy innej istotnej własności. Trzeba podkreślić, że ta metoda rozumowania ma najbardziej logiczny charakter spośród trzech wskazanych w tym sensie, że nie odwołuje się do żadnej zaawansowanej wiedzy lub metod, a przede wszystkim do zdrowego rozsądku (naturalnego rozumu).

Jeśli logika rozumowań matematycznych i logika rozumowań niematematycznych mają z sobą coś wspólnego, to nie są to zastosowania systemów twierdzeń ani zastosowania specjalnych metod obliczeniowych, ale przede wszystkim elementarne analizy możliwości.

1.5. Dwa typy matematycznego rozumowania

W praktyce matematyki możemy wyróżnić dwa rodzaje dowodu. Pierwszy to dowód o charakterze „liniowym”, gdzie kolejne jednoznaczne wnioski wyciągane są na podstawie twierdzeń, metod obliczeniowych lub jako oczywiste logiczne wnioski dopełniające obrazu sytuacji. Na każdym kroku wyciągamy kolejny wniosek, korzystając z tego, co do tej pory udowodniliśmy (i z naszej wiedzy o przedmiocie rozważań). Drugi rodzaj to „dowód przez przypadki”, gdzie na początku lub w pewnym kroku dowodu rozbijamy problem na przypadki i osobno rozważamy każdy przypadek. Podział na przypadki musi wyczerpywać wszystkie możliwości, dlatego tego typu dowód zwany jest też po angielsku *proof by exhaustion*. Jeśli kolejne przypadki rozbijane są ponownie na podprzypadki, uzyskujemy strukturę dowodu w formie drzewa rozgałęziających się możliwości (analogiczną do tak zwanego drzewa decyzyjnego) — przeciwną do struktury liniowej. Generalnie „dowody liniowe” dominują w dziedzinach, w których mamy dużą wiedzę w formie twierdzeń i metod obliczeniowych, podczas gdy dowody przez przypadki większą rolę odgrywają tam, gdzie wiedza jest uboższa i wymagana jest bardziej elementarna analiza problemu. Z tych dwóch form, to oczywiście ta druga ma charakter bardziej „logiczny” i ogólny, nadający się do naśladowania w dziedzinach niematematycznych.

Dowód liniowy można potraktować jako skrajny przypadek dowodu przez przypadki, taki, w którym na każdym kroku (wobec odpowiednich twierdzeń) mamy tylko jedną możliwość. Odwrotnie dowód przez przypadki da się przedstawić (w nieco sztuczny sposób) jako dowód liniowy. Jako wzorzec dowodu, który występuje w syntaktycznej definicji konsekwencji logicznej i jest podstawą teorii w logice matematycznej, wybrano liniową formę dowodu, ponieważ taka forma lepiej nadaje się do teoretycznej analizy (a także może dlatego, że dowód liniowy uważany jest generalnie za bardziej elegancki, reprezentujący lepiej „żelazną konsekwencję” w matematyce). Trzeba jednak pamiętać, że wtłaczanie w taką liniową formę praktycznych dowodów ma charakter sztuczny, a zupełnie sztuczne jest ich formalizowanie, czyli sprowadzanie do postaci, w której korzystać możemy jedynie ze z góry zadanego bardzo ograniczonego zasobu schematów wnioskowania o najbardziej elementarnym charakterze.

Z drugiej strony, typowym dla matematyki elementem analizy możliwości jest tak zwany dowód nie wprost. Polega on na rozważeniu możliwości przeciwnej do tezy i pokazaniu, że prowadzi ona do sprzeczności. Takie podejście może być zastosowane do całości dowodu, a także jako wielokrotnie wykorzystywany sposób

w poszczególnych krokach dowodu (w tym sensie w praktycznych dowodach matematycznych bardzo często odwołujemy się do rozważania możliwości przeciwnej).

Rozumowania matematyczne prowadzące do znalezienia dowodu, do uzyskania jakiegoś rozwiązania, mają na ogół charakter twórczy (o ile problem nie polega na zastosowaniu jakiejś rutynowej metody obliczeń). Także prosta analiza logiczna, wymyślenie tego, na jakie przypadki należy podzielić zagadnienie w danej sytuacji też ma charakter twórczy. Dowód matematyczny, jako prezentacja rozumowania, wymaga ponadto dodatkowych czynności twórczych, pewnych modyfikacji i zmian mających na celu jak najlepsze i najklarowniejsze przedstawienie uzasadnienia wniosku. Wyobrażenie, że rozumowanie matematyczne może polegać na systematycznym stosowaniu jakichś formalnych schematów jest więc całkowicie fałszywe. Trzeba zatem powtórzyć dobitnie, że:

W praktyce rozumowań matematycznych schematy formalnego wnioskowania ani inne osiągnięcia formalnej logiki nie mają zasadniczo żadnego istotnego zastosowania.

Oslabiające tę tezę: słowa „zasadniczo” i „istotnego” oznaczają, że można wskazać tu pewne wyjątki (jak w każdej tego typu tezie dotyczącej nieściślych kontekstów). Uświadomienie sobie formalnych podstaw rozumowań matematycznych sprawiło oczywiście, że w trakcie tych rozumowań matematycy przywołują czasami taką podstawę, zdają sobie z niej sprawę i nawet czasami posługują się nią w celu precyzyjniejszego postępowania. Dla przykładu wygodnie jest przywołać prawo kontrapozycji przy zaprzeczaniu jakiejś implikacji, wygodnie jest przywołać prawa de Morgana, gdy zaprzeczamy zdanie z wieloma kwantyfikatorami. Pozwala to na większą rutynę w takich krokach. Gdy zdanie zawiera wiele kwantyfikatorów warto przywołać jego zapis symboliczny dla większej klarowności. Czasami przy zamieszaniu pojęciowym dobrze jest wprost odwołać się do pewnych definicji logicznych i formalnej precyzji. Jednakże wszystko to ma charakter raczej wyjątkowy — dotyczy współczesnej matematyki i tylko matematyki. Dawniej matematycy radzili sobie znakomicie bez tych narzędzi. Dzisiaj, po dobrym kursie logiki formalnej, trudno w myśleniu uwolnić się od pewnych skojarzeń. Jedni matematycy w większym stopniu sięgają w pewnych szczególnych sytuacjach po narzędzia logiki formalnej (choćby zasadniczo nie musieliby), inni — w mniejszym. I rzecz najważniejsza, powtórzmy: te przywołania występują jedynie w typowo matematycznym kontekście (poza matematyką nikt nie używa zdań z wieloma kwantyfikatorami pod rząd i nie ma potrzeby zaprzeczania formalnej implikacji).

1.6. Praktyczna metoda weryfikacji matematycznych rozumowań

Jeśli schematy formalnego wnioskowania nie mają zasadniczo praktycznego zastosowania w twórczym matematycznym rozumowaniu, to może mają zastosowanie albo dadzą się zastosować w weryfikacji rozumowań matematycznych? Nic z tych rzeczy. Weryfikacja, czyli sprawdzanie poprawności dowodu matematycznego ma w praktyce charakter zupełnie nieformalny. Wbrew powszechnemu, a mylnemu przekonaniu, metoda weryfikacji dowodów matematycznych stosowana w praktyce nie jest ani mechaniczna, ani niezawodna i co więcej — nie ma nawet jasno okre-

ślonych reguł. Reguły formalnego wnioskowania nie mają w tej metodzie żadnego zastosowania, bo tak trywialne kroki wnioskowania w rzeczywistych prezentacjach matematycznych rozumowań praktycznie nie występują.

W metodzie weryfikacji dowodu stosowanej w praktyce główną rolę odgrywa pojęcie oczywistości, które, jak wiadomo, dalekie jest od ścisłości i precyzji. Nie istnieje żadna definicja „oczywistości”, żadne wyraźnie określone warunki (konieczne lub dostateczne). O tym, co jest oczywiste, a co nie, czy wszystkie kroki w dowodzie są dostatecznie oczywiste, czy też wymagają uzupełnienia, decyduje praktyka. A przy tym pojęcie oczywistości (matematycznej) jest o tyle względne, że to, co w pewnych warunkach można uznać za oczywiste, może nie być dość oczywiste w innych warunkach, z innego punktu widzenia albo — przeciwnie — może zostać uznane za nazbyt oczywiste, obarczone zbyt wielką ilością trywialnych szczegółów i wyjaśnień. Niemniej matematycy pojęciem oczywistości posługują się i na jego niejasność nie narzekają.

Sprawdzanie dowodu matematycznego, gdy napisany jest z przesadną dbałością o oczywistość raczej niż z ryzykiem wzbudzenia wątpliwości, polega w praktyce na „potakiwaniu głową” przy kolejnych krokach na znak niebudzącej wątpliwości oczywistości (inną sprawą jest zrozumienie dowodu, uchwycenie jego idei — to, przy nadmiarze szczegółów, może zabrać znacznie więcej czasu).

W praktyce w poważniejszych pracach matematycznych, wnioski, kolejne twierdzenia w tekście, nie zawsze są całkiem oczywiste i wymagają czasami pewnego namysłu u czytelnika (a nawet przeprowadzenia pewnych rutynowych rachunków i dowodów), aby mógł stwierdzić, że wniosek jest prawidłowy i „w istocie rzeczy” oczywisty. Tu mogą zajść jednak dwa przypadki: albo cały proces sprawdzania wniosku przechodzi bezproblemowo (bo rzeczywiście wymaga jedynie rutynowych, oczywistych kroków), albo — gdy w istocie rzeczy wniosek nie jest oczywisty — pojawiają się problemy i wątpliwości. Jeśli sprawdzający po bezskutecznych próbach przekonania się o zasadności wniosku (kolejnego twierdzenia w tekście) zaczyna wątpić w jego prawdziwość, to wówczas, zamiast nadal szukać dla niego uzasadnienia, próbuje go obalić — znaleźć kontrprzykład, który pokazywałby, że wniosek nie jest (ogólnie) prawdziwy. Znaleźć kontrprzykład, to znaczy, wskazać inną możliwość, pokazać, że wnioskowanie nie uwzględnia pewnej możliwości.

Na tym właśnie polega podstawowy sposób obalania rozumowania matematycznego. Można stwierdzić: dowód nie jest zadowalający, jest nie do przyjęcia, bo ten a ten wniosek, ten a ten krok w dowodzie nie jest jasny, jest niedostatecznie uzasadniony. Jednak dopiero po znalezieniu kontrprzykładu można powiedzieć: dowód jest niepoprawny, to a to wnioskowanie jest błędne, istnieje bowiem możliwość, taka a taka.

Natomiast niemożność skonstruowania kontrprzykładu w powyższej sytuacji, analiza przyczyn tej niemożności, sprawiają na ogół (o ile wniosek był poprawny, a tylko nie dość uzasadniony), że zaczynamy rozumieć, dlaczego innej możliwości nie ma, dlaczego kontrprzykładu skonstruować nie sposób. A to pozwala uzupełnić dowód dodatkowymi krokami tak, że wniosek staje się już oczywisty.

Jak z tego widać, przy sprawdzaniu dowodu matematycznego w praktyce niewiele pomoże nasza znajomość formalnych reguł wnioskowania (bo w praktycz-

nych dowodach rzadko kiedy wniosek wynika z przesłanek w sposób formalny). Do sprawdzenia, czy budzący wątpliwości wniosek jest prawidłowy, czy też błędny, niezbędne są przede wszystkim odpowiednie rozeznanie w danej dziedzinie matematyki i wyobrażenia — umiejętność konstruowania kontrprzykładów.

Wyszukiwanie kontrprzykładów, innych nieuwzględnionych w rozumowaniu możliwości jest więc w istocie rzeczy podstawą krytycznej weryfikacji matematycznych dowodów. Błędy w dowodach, o ile nie są to błędy niekompetencji, polegają właśnie najczęściej na nieuwzględnieniu (ukrytej w taki czy inny sposób) możliwości⁸.

1.7. Rozumowania dedukcyjne w praktyce

Przejdziemy teraz do wykazania, że uczenie formalnych schematów logicznego wnioskowania podczas kursów logiki praktycznej jest nie tylko bezproduktywne, ale może być nawet mylące i szkodliwe.

Przed wszystkim schematy te, jak również inne osiągnięcia logiki formalnej, dotyczą wyłącznie rozumowań dedukcyjnych, rozumianych jako te, które prowadzą do wniosków pewnych (koniecznych). Tymczasem większość praktycznych rozumowań nie ma charakteru dedukcyjnego. Żeby wniosek w rozumowaniu był pewny (a dokładniej, mówiąc za Ajdukiewiczem⁹, subiektywnie pewny), twierdzenie musi być całkowicie ściśle (w aspekcie, którego dotyczy wnioskowanie) i cała wiedza na podstawie, której dany wniosek wyciągamy, musi dać się całkowicie ściśle wyrazić. Wszelkie nieściśłości stwarzają miejsce dla niepewności. Warunki te spełniają, rzecz jasna, rozumowania matematyczne, a także rozumowania związane z zastosowaniem metod matematycznych w różnego rodzaju dziedzinach.

Zastosowanie metod matematycznych polega na użyciu odpowiednich algorytmów, wzorów matematycznych, praktycznych sposobów obliczeń i wymaga znajomości odpowiednich narzędzi i reguł postępowania. Przy tym, jak już wspominaliśmy, reguły konkretnej metody mają zwykle charakter specyficzny dla tej metody, nastawione są na efektywność (dokładnie przeciwnie niż uniwersalne reguły formalnego wnioskowania). Jeśli rozważamy ogólną logikę i elementarne logiczne rozumowania, to należy wyłączyć z nich rozumowania polegające na stosowaniu metod matematycznych jako mające zupełnie inną naturę.

Po tym wyłączeniu jako praktyczne rozumowania dedukcyjne pozostają nam elementarne logiczne rozumowania dotyczące ściśle określonych modeli, sytuacji lub obiektów. Do takich należą rozumowania dotyczące wyidealizowanych modeli rzeczywistości, w których nie występują zaawansowane pojęcia matematyczne (na przykład pewnych modeli tworzonych w ramach nauk ekonomicznych) lub rozumowania dotyczące ściśle określonych procedur (na przykład ścisłych przepisów prawnych i administracyjnych, takich jak rozdział mandatów w wyborach itp.). Takie modele lub procedury często zawierają elementy z zakresu podstawowej arytmetyki,

⁸ W historii matematyki istnieje wiele przykładów, że jakiś dowód uważany był za poprawny, twierdzenie udowodnione, a później znajdowano lukę w dowodzie najczęściej polegającą na nieuwzględnieniu jakiejś możliwości.

⁹ K. Ajdukiewicz, *Logika pragmatyczna*, Warszawa 1975, s. 108.

jednakże póki matematyka nie ma charakteru zaawansowanego, rozumowania dotyczące tych modeli mają elementarny logiczny charakter, podobnie jak w przypadku elementarnych matematycznych rozumowań lub rozumowań związanych z rozwiązywaniem zagadek logicznych. Większość zagadek logicznych o ścisłym charakterze rozwiązuje się, rozważając (eliminując) różne możliwości. Analiza możliwości przechodzi tutaj czasami w metodę prób i błędów: gdy możliwości jest zbyt wiele i eliminacja poszczególnych możliwości wydaje się zbyt uciążliwa, przyjmuje się pewne założenia na próbę, w nadziei zbliżenia się do rozwiązania. W przypadku modeli wyposażonych w prawa o charakterze przyczynowym, wyciąganie wniosków może przypominać stosowanie systemu twierdzeń matematycznych (tyle że stosunkowo prostych i w ramach prostego modelu). Jednak nawet w tym drugim przypadku weryfikacja poprawności rozumowania wymaga postawienia pytania, czy (w ramach tego modelu) nie ma innej możliwości.

Ważne jest to, że, rozwiązując takie zagadki, analizując wyidealizowane modele nauk szczegółowych czy procedury, nie posługujemy się żadnymi formalnymi schematami wnioskowania, lecz elementarną logiką, tak jak w niektórych rozumowaniach matematycznych. Prezentacja rozumowania (uzasadnienie wniosku), również nie odwołuje się do żadnych formalnych schematów, lecz do poczucia oczywistości kolejnych kroków rozumowania. To, jak bardzo szczegółowo musimy przedstawić lub wyjaśnić nasze rozumowanie, zależy od zdolności naszego rozmówcy do przedstawiania sobie i ogarniania takich (ściśle określonych) sytuacji. Jednym wystarczy kilka kluczowych stwierdzeń; innym trzeba rzecz wyjaśnić dokładniej. Nigdy jednak nie dochodzimy tu do etapu całkowitej formalizacji rozumowania (która zgodnie z osiągnięciami logiki matematycznej byłaby tu możliwa). Rzecz w tym, że jeśli ktoś nie jest w stanie zaakceptować elementarnego logicznego rozumowania z dostateczną ilością szczegółów, to tym bardziej nie jest w stanie zrozumieć sensu i metody formalizacji. Formalizacja w takim przypadku nie pomoże. Formalizacja to nie jest narzędzie rozjaśnienia sytuacji¹⁰.

Rozumowania dedukcyjne mogą być zastosowane tylko w przypadku ściśle określonych przedmiotów i procesów. Jednakże warto w tym miejscu zauważyć, że nawet w takich przypadkach często bardziej efektywne okazują się rozumowania niededukcyjne, niepełne. Najlepszym przykładem jest tu gra w szachy. Mimo że całą grę można opisać w ścisły matematyczny sposób, mimo że teoretycznie wystarczają tu wyłącznie rozumowania dedukcyjne, w praktyce stosuje się niepełne analizy możliwości i niepewne wnioski (na przykład wielu potencjalnych ruchów w ogóle się nie analizuje, uważając je z góry za słabe na podstawie samej intuicji i ogólnego rozeznania w grze). Taka metoda w wykonaniu człowieka (a nawet komputera) jest po prostu efektywniejsza. I nic do rzeczy nie mają tu formalne schematy wnioskowania¹¹.

¹⁰ Mowa tu o pełnej formalizacji sprowadzającej rozumowanie do użycia elementarnych formalnych schematów wnioskowania. Czym innym jest częściowa formalizacja taka, jak sporządzenie diagramu rozumowania, rysunku rozjaśniającego sytuację. Taka częściowa formalizacja może mieć oczywiście i miewa praktyczne zastosowania.

¹¹ Niepewność i zawodność tej metody podkreśla fakt, że istnieją przykłady ruchów w początkowej fazie gry, które w teorii uważano za słabe i ich dalej nie rozważano, a po latach odkrywano, że jednak prowadzą one do zaskakująco silnej kontynuacji.

W świetle tego wszystkiego zakładanie, że formalne schematy wnioskowania mogą być przydatne w codziennej praktyce rozumowań niededukcyjnych (i dlatego należy ich uczyć na kursach praktycznej logiki) jest ewidentnym nieporozumieniem i oderwaniem od rzeczywistości. Co więcej, uczenie takich schematów bez wyjaśnienia, że są to jedynie elementy teoretycznego modelu matematycznych rozumowań, oderwanego od praktyki, może tworzyć mylną sugestię, że schematy te można lub nawet należy próbować jakoś stosować w praktyce. Generalnie wytwarza mylne wrażenie co do istoty praktycznego rozumowania dedukcyjnego, co do istoty wyciągania trafnych wniosków w ogóle i pozostawia studenta z poczuciem niejasności i niepełnego rozumienia.

Formalne schematy wnioskowania dedukcyjnego należy wyłączyć z kursów logiki praktycznej jako niemające praktycznego znaczenia, a jeśli o nich wspominać lub uczyć w ramach pewnego rodzaju ćwiczenia umysłu, to koniecznie z wyjaśnieniem, że jest to element teoretycznego modelu matematycznych rozumowań i że ich istotą jest znaczenie zawartych w nich kluczowych terminów logicznych.

1.8. Elementy dedukcji w rozumowaniach niededukcyjnych

Całkowicie ścisły aspekt rozumowania nie oznacza jednak całkowicie ścisłego języka ani całkowicie ścisłych wypowiedzi, a jedynie całkowicie ścisłą formę, która podlega przeformułowaniu. Często mamy do czynienia z sytuacją, gdy przesłanki rozumowania są niepewne, ale istota rozumowania jest taka, że gdyby przesłanki były pewne, to pewny byłby wniosek — czyli samo rozumowanie ma charakter dedukcyjny (i teoretycznie da się sformalizować). Często jest tak, że przesłanki uważamy za „prawie pewne”, „praktycznie pewne” — i tę praktyczną pewność przenosimy na wniosek (bez dokładniejszej analizy prawdopodobieństw, która w przypadku składania się niepewności prowadzi do zmniejszania się prawdopodobieństwa).

W takich przypadkach, podobnie jak w opisanych powyżej, jak i w elementarnych rozumowaniach matematycznych, nie stosuje się formalnych schematów wnioskowań, a jedynie dostatecznie oczywiste wnioski oparte na myślowym obrazie sytuacji (który może być wspomagany symbolicznym opisem lub odpowiednim diagramem). W zasadzie takie właśnie rozumowania mogą być przedmiotem metody deduktywistycznej rekonstrukcji, to znaczy sporządzenia diagramu (niekoniecznie szczegółowego, a jedynie dostatecznie szczegółowego), który przekonywałby o dedukcyjnym charakterze rozumowania (mimo tego, że przesłanki są tylko prawdopodobne). Pozostaje jednak dyskusyjne pytanie o praktyczny sens takiej rekonstrukcji: czy rzeczywiście zwiększa ona przekonanie o konkluzywności wnioskowania? Czy oddaje praktyczną metodę dochodzenia do wniosku? Nie wykluczam pewnej użyteczności takich diagramów — o to trzeba by zacząć pytać studentów. Natomiast nie ulega wątpliwości, że większość rozumowań niededukcyjnych ma taki charakter, iż próba wtłoczenia ich w schematy o charakterze dedukcyjnym (z użyciem niejawnych przesłanek) ma już całkowicie sztuczny charakter ani nieoddający istoty takich rozumowań, ani niepozwalający na ich rzetelną ocenę. Ponownie trzeba podkreślić, że dobre diagramy rozumowań dedukcyjnych bynajmniej nie

sprawdzają rozumowania do formalnych schematów wnioskowania, a jedynie do dostatecznie oczywistych kroków. Trzeba też wskazać, że inne schematy, na przykład odwołujące się do drzew możliwości, mogą być znacznie efektywniejsze, nie tylko dlatego, że bywają bardziej naturalne, ale też dlatego, że pozwalają przejść do bardziej subtelnej analizy prawdopodobieństw.

1.9. Przeformułowania dokładne i niedokładne

Jeśli w rozumowaniu matematycznym istnieje konieczność zastosowania elementarnego wnioskowania dedukcyjnego odpowiadającego formalnemu schematowi wnioskowania, to, jak już zwracałem uwagę, ma ono charakter przeformułowania opartego na rozumieniu występujących w zdaniu terminów. Jeśli z faktu, iż nie jest prawdą, że każdy obiekt zbioru Z ma własność P , wyciągam wniosek, że w takim razie istnieje przedmiot x w zbiorze Z , który nie ma własności P , to nie czynię tego z powodu jednego z praw de Morgana (choć dzisiaj mam świadomość, że można to zinterpretować jako zastosowanie tego prawa), lecz dokonuję myślowej operacji, która ze zrozumienia faktu wyrażonego w przesłance rozumowania, wyobrażenia go sobie (w taki lub inny sposób) pozwala mi skoncentrować swoją uwagę na wybranym elemencie zbioru Z , o którym wiem coś dodatkowego: że nie posiada własności P .

Tym bardziej w rozumowaniach niematematycznych, w szczególnych przypadkach dających się zinterpretować jako wnioskowanie dedukcyjne odpowiadające formalnemu schematowi wnioskowania, nie stosujemy żadnych formalnych schematów, lecz różnego rodzaju przeformułowania na podstawie właściwego rozumienia terminów. Jeśli stosujemy na przykład jakąś wyczerpującą klasyfikację, którą również można zinterpretować jako wnioskowanie lub ciąg wnioskowań dedukcyjnych, to nie odwołujemy się do żadnych formalnych schematów, lecz raczej w naturalny sposób porządkujemy przedmiot rozważań, nazywany możliwości do rozważenia. Stąd, jak podkreślam w moim podręczniku, zastosowanie schematów formalnego wnioskowania w praktyce ma najczęściej charakter retoryczny (w celu wywołania wrażenia szczególnej rzetelności), a do wyciągania prawidłowych logicznych wniosków niezbędne jest rozumienie znaczeń zdań wchodzących w skład wnioskowania; poleganie wyłącznie na schematach zwykle prowadzi do śmiesznych błędów znanych jako *formal fallacies*¹².

Co więcej, i być może ważniejsze, w rozumowaniach niematematycznych znacznie częściej zdarzają przeformułowania niedokładne, uzupełniające, takie, które uściślają lub precyzują sens nie do końca ścisłego twierdzenia. To oczywiście nie ma już nic wspólnego z formalnymi schematami wnioskowania, a ma wiele wspólnego z praktycznym sposobem precyzowania znaczenia wypowiedzi, który to temat wymaga również radykalnej zmiany w jego prezentowaniu w podręcznikach logiki praktycznej i krytycznego myślenia i któremu poświęcona jest znaczna część mojego podręcznika.

¹² Piszę o tym w swoim podręczniku *Logika i argumentacja* (A. Kisielewicz, *Logika i argumentacja. Praktyczny kurs krytycznego myślenia*, Warszawa 2017, s. 193–195).

1.10. Elementy logiki formalnej przydatne w niematematycznych rozumowaniach

Krytyczne przyjrzenie się przydatności różnych elementów logiki formalnej w kursach praktycznej logiki pozwala odkryć, że dla wielu z nich można wskazać praktyczne zastosowania. Zwykle dotyczy to jednak kwestii nie tyle wyciągania logicznych wniosków, co raczej jasnego formułowania myśli (czyli kwestii znaczenia zdań w języku naturalnym) lub generalnie praktyki myślowej.

Najprostszy i najczęstszy problemem w potocznym dyskursie jest właściwe (jednoznaczne) użycie spójników „lub” oraz „i”. Praktyka prawnicza pokazuje, jak często prawnicy nie zdają sobie sprawy, że takie spójniki jak „oraz” czy „albo” w zależności od kontekstu, w którym występują, mogą odpowiadać różnym logicznym spójnikom. Mylone są znaczenia zdań z takimi spójnikami, brak jest zrozumienia konieczności i użyteczności bycia dostatecznie ścisłym w tym zakresie¹³. Jednakże należy zauważyć, że w tym przypadku istotne jest rozumienie znaczenia tych spójników (zgodne z tabelkami), a nie znajomość formalnych schematów wnioskowania z nimi związanych. Ważniejsze są tabelki (i ich rozumienie), a nie oparte na nich schematy niezawodnego wnioskowania. Odpowiednie przeformułowania z tymi spójnikami potrafi wykonać każdy, kto rozumie ścisły sens tych spójników (w tym zakresie lepsze są ćwiczenia praktyczne niż uczenie się schematów).

Jeśli chodzi o spójnik zaprzeczenia, to w codziennych rozumowaniach rzadko występuje potrzeba dokładnego zrozumienia negacji jakiegoś zdania i wyciągania z tej negacji wniosków dedukcyjnych, bowiem, w przeciwieństwie do matematyki, zaprzeczenie zdania dotyczącego rzeczywistości jest na ogół zbyt rozległym i zbyt ogólnym twierdzeniem, żeby wyciągać z niego jakieś przydatne w rozumowaniu wnioski. W szczególności trzeba zwrócić uwagę, że metoda dowodu nie wprost, poprzez zaprzeczenie tezy, ma niewielkie zastosowanie w praktycznych rozumowaniach niededukcyjnych (słynne z pism starożytnych Greków dowodzenie czegoś poprzez sprowadzenie do absurdu tezy przeciwnej ma zazwyczaj charakter retoryczny i sofistyczny, a nie logiczny; oparte jest na grach słowami i znaczeniami). Niemniej zrozumienie znaczenia zaprzeczenia koniunkcji lub alternatywy, czyli prawa de Morgana, może być pożyteczne w ścisłym operowaniu spójnikami logicznymi.

Spójnik implikacji w matematycznym znaczeniu z jego nieco paradoksalnym znaczeniem, w praktyce niematematycznej zwykle nie występuje; w praktyce spójnik „jeśli ... to” używany jest bowiem zazwyczaj w kontekście intensjonalnym, więc schematy formalnego wnioskowania z matematycznym użyciem tego spójnika przydatne są jedynie do ewentualnego rozjaśniania kontekstów czysto matematycznych.

Z kolei problem z kwantyfikatorami w języku naturalnym, z takimi zwrotami kwantyfikującymi, jak „wszyscy”, „każdy”, „pewien” jest taki, że kolokwialne znaczenia zdań z takimi zwrotami zazwyczaj niewiele mają wspólnego ze ścisłym formalno-logicznym ich tłumaczeniem. Schematy wnioskowania z kwantyfikatorami

¹³ W podręczniku podaję przykłady błędów w tym zakresie dotyczące nawet polskiej Konstytucji.

są zupełnie nieprzydatne w praktyce rozumowań niededukcyjnych (i zapewne częściowo z tego właśnie powodu zniknęły prawie z podręczników logiki praktycznej).

Wreszcie takie zagadnienia, jak diagramy Venna czy budowanie formuł booleowskich mogą być przydatne w praktyce myślowej (do tworzenia ściślejszych modeli myślowych wielu sytuacji, do skutecznego przeszukiwania baz danych itp.)¹⁴.

Nie chcę więc postawić tezy, że elementy logiki formalnej powinny być całkowicie wyrugowane z kursów logiki praktycznej i krytycznego myślenia. Owszem, pewne elementy tej teoretycznej dziedziny powinny być uczone nadal, jednak z dobrym wyjaśnieniem ich potencjalnych zastosowań. Natomiast nauczanie formalnych schematów wnioskowania w takiej formie jak to jest obecnie robione, z fałszywą sugestią, że może się to przydać w praktyce rozumowań, należy uznać za całkowicie błędny kierunek w edukacji wynikający z niedostatecznego rozpoznania istoty praktycznego logicznego myślenia.

1.11. Najważniejsze postulowane zmiany

Można się spierać, czy wskazane tu argumenty dostatecznie uzasadniają tezy, które wysunąłem na wstępie. Warto jednak zauważyć, że dotychczasowe podręczniki logiki praktycznej i krytycznego myślenia nie wskazują żadnych narzędzi (metod oceny argumentacji, rozumowania), które mogłyby obalić moje rozumowanie albo je potwierdzić. Oczywiście jest, że przy krytyce dotychczasowego podejścia najlepszym argumentem jest wskazanie podejścia alternatywnego, które w sposób niewątpliwy okazałoby się bardziej praktyczne i efektywne. Dlatego zdecydowałem się opisać to nowe podejście raczej w formie podręcznika gotowego do użytku niż w formie naukowej rozprawy. Mam nadzieję, że silnym argumentem będzie przyjęcie przez studentów tego nowego podejścia.

Gdy podejście to prezentowałem podczas kilku konferencji, niektórzy moi opoenenci użyli zadziwiającego argumentu, że w moich propozycjach nie ma w zasadzie niczego nowego, że wszystkie rzeczy, o których mówię są znane, bo wcześniej pojawiły się już w pismach innych autorów. Oczywiście nie zaprzeczam temu faktowi. Sam wskazuję — gdzie potrafię — prekursorów poszczególnych idei. Uważam na przykład, że zasadniczą ideę traktowania logiki praktycznej jako analizy możliwości można wyczytać z *Rozprawy o Metodzie* Kartezjusza¹⁵. Zupełnie nowe jest jednak całościowe podejście do tematu. Zupełnie nowa jest edukacyjna propozycja. Jest to drugi powód, dla którego zdecydowałem się przedstawić nową koncepcję w formie podręcznika, żeby było widać bezpośrednio, że jest on zupełnie różny od dotychczasowych podręczników. Co więcej, niczego nie ujmując akademickim dyskusjom na konferencjach i nowym ideom pojawiającym się w artykułach naukowych, przenikanie takich idei do podręczników jest zwykle bardzo powolnym procesem.

Poniżej wskazuję najważniejsze różnice pomiędzy podejściem prezentowanym w mojej książce a podejściem dotychczasowym.

¹⁴ Na przydatność znajomości spójników booleowskich do skutecznego przeszukiwania baz danych zwrócił mi uwagę B. Skowron.

¹⁵ R. Descartes, *Rozprawa o metodzie*, tłum. T. Boy-Żeleński, Warszawa 1981, s. 21.

1. Praktyczne logiczne rozumowania nie polegają na stosowaniu schematów poprawnego wnioskowania, lecz (najczęściej) na analizie możliwości. Prawdliwość takiego podejścia potwierdzają liczne przykłady z różnych dziedzin, w tym z matematyki. Takie podejście do praktycznej logiki sugerowane jest w *Rozprawie o Metodzie* Kartezjusza.

2. Analizy możliwości w praktyce mogą być zupełne (wyczerpujące) lub niezupełne. Taki podział jest pierwotny, naturalny i ściśle związany z rozważanymi w literaturze podziałami na rozumowania dedukcyjne i niededukcyjne, pewne i niepewne itp.

3. Praktyczne logiczne rozumowania mają zasadniczo charakter twórczy i nie da się ich ująć w ramy ścisłych i wyczerpujących reguł. Metoda logicznej analizy możliwości ma podobny charakter do tak zwanej metody prób i błędów — wszyscy potrafimy rozpoznać przypadki jej użycia, ale nie da się dokładnie opisać jej ogólnych reguł.

4. Praktyczne logiczne rozumowania połączone są zwykle z *działaniem* (wykonywaniem eksperymentów, testów, sprawdzeń, choćby przez zadanie pytania lub zasięgnięcie stosownej informacji). Dlatego logiki należy uczyć w szerszym kontekście podejmowanych działań.

5. Analiza rozumowań pod względem logicznej poprawności powinna polegać na wyodrębnieniu tez i rozważaniu, czy stanowią one jedyne rozsądne możliwości w świetle dotychczasowych ustaleń i wiedzy na dany temat. Taka metoda jest podobna do praktycznej metody weryfikacji matematycznych rozumowań i w związku z tym trudno się spodziewać metody bardziej efektywnej lub bardziej mechanicznej.

6. Ocena tego czy wniosek jest logiczny (logicznie poprawny), zależy od wiedzy oceniającego i jego wyobraźni i dlatego również metoda logicznej analizy rozumowań musi odwoływać się do wiedzy i wyobraźni. Tylko metoda odwołująca się do wiedzy i wyobraźni może prowadzić do wykrywania błędów (luk) w rozumowaniu i zmiany oceny w kwestii pewności lub prawdopodobieństwa danego wniosku.

7. Wniosek, który wydaje się logiczny (poprawny logicznie), a więc który wydaje się jedyną rozsądną możliwością w świetle wiedzy i wyobraźni wnioskującego, przestaje być taki, gdy ktoś jest w stanie wskazać wnioskującemu inną nieuwzględnioną przez niego rozsądną możliwość. Nadaje to szczególne znaczenie poddawaniu rozumowań logicznych osądowi innych, a także pracy grupowej w logicznej analizie problemów.

8. Wbrew rozpowszechnianemu w podręcznikach logiki przekonaniu logiczny wniosek nie jest zwykle wyłącznie konsekwencją jawnie sformułowanych przesłanek, lecz całości wiedzy i obrazu myślowego sytuacji, w tym również nieuświadomionych jawnie faktów.

9. Różne rozważane w literaturze tak zwane metody wyciągania logicznych wniosków takie, jak wnioskowanie abdukcyjne, kondukcyjne, wnioskowanie przez analogię, wnioskowanie do najlepszego wyjaśnienia i tym podobne, nie są (pełnymi) metodami wyciągania wniosków, a jedynie metodami stawiania rozsądnych hipotez (wskazywania możliwości). Dopiero poddanie takich hipotez testowi na inne możliwości pozwala na ewentualne wyciągnięcie wniosku lub odrzucenie hipotezy.

10. Formalny model języka używany w logice matematycznej jest zupełnie nieadekwatny do fenomenu języka naturalnego. Tematyka definiowania terminów, precyzowania znaczeń zdań w podręcznikach logiki praktycznej także wymaga radykalnej zmiany. Nowa koncepcja empirycznego sensu zdań prowadzi do zupełnie nowej praktycznej metody objaśniania i precyzowania znaczeń zdań.

Część II. Odniesienia szczegółowe

Mam nadzieję, że część wątpliwości i nieporozumień rozwiąłem już swoimi ogólnymi uwagami. Pozostaje jednak jeszcze wiele spostrzeżeń i komentarzy, do których chciałbym się odnieść w sposób indywidualny. Dotyczy to przede wszystkim tekstów tych autorów, którzy mieli swoje wystąpienia podczas sympozjum i którzy zgłosili już swoje wątpliwości ustnie, dając mi czas na przemyślenie pewnych moich tez i sformułowań. Najpierw więc odniosę się do tych właśnie, składając najobszerniejszych tekstów, a potem do konkretnych uwag i zarzutów w tekstach pozostałych.

2.1. W odpowiedzi profesorowi Ludomirowi Newelskiemu

Profesor Newelski rozpoczyna swoją wypowiedź od mocnego stwierdzenia, że zdecydowanie nie zgadza się z krytyką logiki formalnej zawartą w mojej książce, a przeciwstawianie logice praktycznej (i zdrowemu rozsądkowi) uważa za szkodliwe (s. 49). Rzecz o tyle dziwna, że ja zgadzam się z prawie wszystkim, co dalej pisze profesor Newelski, a kilka jego uwag uważam za bardzo mocne wsparcie moich obserwacji dotyczących rozumowań matematycznych i praktycznego stosowania w nich logiki. Sądzę, że zasadnicza rozbieżność zdań między nami polega na nieporozumieniu: ja swoją krytykę odnoszę głównie do stosowania logiki formalnej w rozumowaniach niematematycznych, a profesor Newelski zajmuje się głównie rozumowaniami w obrębie matematyki.

Zgadza się z profesorem Newelskim, że model rozumowań matematycznych w logice formalnej jest pewną idealizacją, ale wbrew temu, co napisał Newelski nie twierdzę, że „idealizacja ta oderwana jest od praktyki i rzeczywistości” (s. 50). Twierdzę jedynie, że obejmuje ona tylko jeden aspekt rozumowań matematycznych, abstrahując od innych bardzo istotnych w praktyce, i że ma charakter wysoce teoretyczny, nienadający się do praktycznego zastosowania. Jej podstawowe elementy, elementarne schematy inferencyjne, nie występują w praktyce, a są jedynie operacjami, do których (teoretycznie, w sztuczny sposób) można każde rozumowania matematyczne sprowadzić (nawiasem mówiąc, jest to typowy zabieg matematyczny: pewnego rodzaju operację domknięcia scharakteryzować przy pomocy wielokrotnego użycia pewnych najbardziej elementarnych operacji.)

Profesor Newelski zgadza się ze mną, że „żaden matematyk w praktyce nie prowadzi dowodów matematycznych, odwołując się do formalnych reguł” wnioskowania. Zgadza się z moimi zasadniczymi twierdzeniami, że „istotą logicznego rozumowania jest w praktyce rozważanie możliwości (możliwych stanów rzeczy)”, że „logika to analiza możliwości”, i że „wniosek uznajemy za logiczny, jeśli nie ist-

nieje, naszym zdaniem, możliwość alternatywna” (s. 51–52). Jednocześnie jednak twierdzi, że „powyższa teza jest od dawna znana i wręcz udowodniona w logice formalnej” (s. 52). Chodzi mu o fakt, który przywołałem już w poprzedniej części, że praktyczna metoda wyciągania wniosków przez matematyków odpowiada semantycznej definicji konsekwencji logicznej, a nie syntaktycznej. Problem w tym, że niewielu ludzi o tym wie: nie ma tego w podręcznikach praktycznej logiki i krytycznego myślenia, nie wiedzą o tym studenci po kursach logiki. Moja koncepcja nauczania logiki polega właśnie na tym, żeby na plan pierwszy wysunąć to semantyczne podejście (praktykę rozumowań matematycznych), a nie formalne (syntaktyczne) reguły wnioskowania. A o ile się orientuję, we współczesnym podejściu do edukacji logicznej podejście jest dokładnie odwrotne. Nawet podczas wykładów logiki matematycznej (dla studentów matematyki) nie zwraca się uwagi na fakt, że praktyczne matematyczne rozumowanie odpowiada wnioskowaniu semantycznemu. Zgadzam się, że powyższa teza jest od dawna znana (sam wskazuję w podręczniku, że pojawia się ona już w *Rozprawie o Metodzie* Kartezjusza). Ale nie zgadzam się, że wyważam otwarte drzwi. Od czasu, gdy logika została zdominowana przez logikę formalną, te drzwi są szczelnie zamknięte (i trzeba je właśnie wyważyć).

Problem w tym, że gdy przechodzimy do praktyki, do semantycznego wnioskowania, to trudno powiedzieć, na czym właściwie ono polega. Związane z nim procesy myślowe są niejasne i trudno wskazać jakieś ich konkretne reguły. Sam profesor Newelski stwierdza, że „matematycy robią to w ramach tak zwanej kultury matematycznej (kultury matematycznego myślenia)” (s. 52). I zgadza się ze mną, że matematycy nie potrzebują formalnych reguł wnioskowania, żeby prowadzić swoje rozumowania, że robią to „w sposób naturalny”. Dodaje jednak, że w jego przekonaniu „faktycznie stosują wtedy jednak (mniej lub bardziej świadomie) prawa rachunku zdań i rachunku predykatów (zazwyczaj dość proste). Trochę tak jak pan Jourdain u Moliere’a, który mówił prozą, choć o tym nie wiedział” (s. 52).

Teza, że u podstaw naszych rozumowań tkwią formalne reguły wnioskowania, tyle że my, rozumując, nie uświadamiamy sobie tego, jest dość rozpowszechniona wśród logików formalnych, szczególnie matematyków, tych, którzy wiedzą doskonale, że w codziennej pracy do reguł tych świadomie odwołują się tylko w ekstraktrynaryjnych przypadkach. Jednak teza ta ma formę spekulacji, która, moim zdaniem, nie wytrzymuje konfrontacji z faktami, na które zwracam uwagę w mojej książce (m.in. brak postępów w badaniach sztucznej inteligencji opartych na tej tezie, sposoby rozwiązywania zagadki o niedźwiedziu czy popełnianie błędów w ocenie zadania o gwiazdkach). W moim przekonaniu wnioskowania matematyków oparte są na pewnego rodzaju wglądzie w myślowy obraz danego problemu matematycznego — dzięki ścisłym definicjom, na których się ów obraz opiera, da się on „przeglądać” w sposób wyczerpujący. Wnioski stają się oczywiste i jednoznacznie bądź w oparciu o twierdzenia lub zastosowane metody obliczeń, bądź poprzez „rozkładanie” tego obrazu na „tyle części”, na ile potrzeba (mówiąc za Kartezjuszem¹⁶), żeby jasne się stało, że każda z części prowadzi do tego samego wnio-

¹⁶ R. Descartes, *op. cit.*, s. 21.

sku. Uzyskanie przekonania, że dany wniosek jest jedyną możliwością przy danych założeniach, uzyskanie poczucia oczywistości i jasności w przeglądany obrazie, odbywa się zazwyczaj na dużo wyższym poziomie niż poziom definicji i formalnych związków między nimi odpowiadających formalnym schematom wnioskowania. Rzeczywista metoda logicznego wnioskowania oparta o obraz myślowy i wyobrażenie jest znacznie efektywniejsza niż możliwe teoretycznie rozłożenie tego obrazu na elementy językowe, w których można ograniczyć się do zastosowania z góry ustalonej listy najbardziej elementarnych schematów formalnego wnioskowania¹⁷.

Istotą mojej propozycji jest to, żeby te obserwacje o semantycznym charakterze praktycznych rozumowań matematycznych przenieść, na ile się da, na rozumowania niematematyczne. Tutaj nasze analizy możliwości stają się niezupełne i oczywiste powinno być, że formalne schematy wnioskowania nie mają już nic wspólnego z takimi rozumowaniami, bo nawet teoretycznie nie da się ich do takich schematów sprowadzić (można oczywiście próbować wydzielać część dedukcyjną w praktycznym rozumowaniu niematematycznym i to jest przedmiotem tak zwanej rekonstrukcji deduktywistycznej, ale, jak przekonuję w podręczniku, zasadnie da się to zrobić w stosunku do jedynie niewielkiej części rozumowań niematematycznych i nawet w takim przypadku schodzenie do poziomu formalnych schematów wnioskowania jest bezużyteczne z punktu widzenia efektywności rozumowań — należy, tak jak w matematyce, zatrzymać się na poziomie dostatecznej oczywistości).

Zgadzam się z uwagami profesora Newelskiego, że analizę logiczną można przeprowadzać na wiele sposobów, można stosować różne interpretacje i że powinienem to w większym stopniu uwzględnić, prezentując w podręczniku swoje rozwiązania zagadek logicznych. Tym bardziej, że idzie to w parze z moim własnym stwierdzeniem, że to, co uważamy za wniosek logiczny, w świetle naszej wiedzy i wyobraźni, może przestać być takim, gdy ktoś zwróci nam uwagę na nieuwzględnioną przez nas rozsądną możliwość. To jednak można odnieść w równym stopniu do sugerowanej przez profesora Newelskiego w jego tekście interpretacji zdania „Myślę, więc jestem” jako (jego zdaniem: „ewidentnie!”) koniunkcji (s. 53). Jest ona tylko jedną z wielu możliwych interpretacji i sądzę, że wielu filozofów nie zgodziłoby się ani z użytym przez profesora Newelskiego słowem „ewidentnie”, ani z tą interpretacją. Wedle mojej koncepcji znaczenie tego zdania zależy w ogromnej mierze od kontekstu i trzeba dobrze znać twórczość Kartezjusza, żeby się odważyć przesądzać o znaczeniu tego zdania (czyli o tym, co Kartezjusz miał tu na myśli).

Dotyczy to również szczegółowo analizowanych pod koniec tekstu przytoczonych przeze mnie praw logiki: wyłączonego środka, sylogizmu warunkowego, Dunsza Szkota. Profesor Newelski twierdzi, że to są właśnie przykłady praw, które mają częste zastosowania w praktyce rozumowania matematycznego (s. 53–54). Ja twierdząc, że wiele rozumowań (matematycznych) da się zinterpretować jako użycie tych praw,

¹⁷ Warto zwrócić uwagę przy tej okazji, że chociaż sytuację wyciągania logicznego wniosku można interpretować, jako rozważanie w umyśle wszystkich modeli, w których zachodzą dane założenia i poszukiwanie własności zachodzących we wszystkich tych modelach, to w praktyce większość matematyków zdaje się przekonana, że rozważa jeden obiektywnie dany model, co do którego mamy ograniczoną wiedzę (i usiłujemy ją rozszerzyć) — w praktyce większość matematyków zdaje się reprezentować postawę platonizmu.

ale że nie mamy tu (na ogół) do czynienia z jawnym świadomym zastosowaniem i że ważniejsze jest utrzymywanie ogólnego obrazu rozważanych przypadków (dzięki któremu można łatwo wyciągać wnioski odpowiadające teoretycznie użyciu tych praw) niż znajomość tych praw i świadoma próba posłużenia się nimi w formalny sposób. Gdy zaczynamy wnioskować w sposób formalny, według schematów, tracimy z oczu myślowy obraz zagadnienia i jesteśmy narażeni na popełnianie śmiesznych błędów, które teoretycy argumentacji nazywają *formal fallacies*¹⁸.

2.2. W odpowiedzi doktorowi Bartłomiejowi Skowronowi

Na wstępie muszę odnotować fakt, że tekst Bartłomieja Skowrona (s. 95–114) wyróżnia się bez wątpienia największym poparciem mojej koncepcji nauczania logiki. Oprócz pochwał i słów entuzjazmu zawiera on wiele interesujących uwag i podejmuje kilka ciekawych tematów na marginesie głównego wątku, które zamierzam w przyszłości wykorzystać. Wsparciem dla mnie jest stwierdzenie świetnego pedagoga, że studenci skarżą się na „niezrozumiałość” (skądinąd znakomitego) podręcznika Ziemińskiego¹⁹ (s. 96). Z pewnością jest to związane z podnoszonym przeze mnie brakiem dobrego wyjaśnienia związku formalno-logicznego modelu z praktyką.

Ustosunkowując się do konkretnych uwag i zarzutów, rozpocznę od tych, z którymi się zgadzam i które tylko wypunktuję. Zgadzam się, że w nowym wydaniu podręcznika powinny znaleźć się ćwiczenia dotyczące współpracy grupowej, a także ćwiczenia z treningu kreatywności (korzystające chociażby ze wskazanych przez Skowrona podręczników (s. 106–109)). Uwaga o możliwym użyciu spójników logicznych w zaawansowanym przeszukiwaniu baz danych (s. 112), jak już wspomniałem w części pierwszej, była dla mnie inspiracją do przeglądu tych elementów logiki formalnej, których praktyczna przydatność daje się uzasadnić. Pewnych elementów logiki formalnej warto uczyć studentów wszelkich specjalności, ale z odpowiednim wyjaśnieniem ich potencjalnych zastosowań do ogólnej praktyki myślenia. Jestem wdzięczny za zwrócenie uwagi na teorię modeli umysłowych Johnsona-Lairda (s. 104), która jest mocno zbieżna z moimi koncepcjami i którą w przyszłości zamierzam wykorzystać²⁰. Bardzo trafna i zbieżna z moim dydaktycznym doświadczeniem jest uwaga na temat naturalnego i często nadmiernego sceptycyzmu młodych ludzi i niebezpieczeństwa popadnięcia w drugą skrajność blokowania odważnych idei i myślenia twórczego.

W kilku miejscach zdałem sobie sprawę, że z różnego rozumienia kluczowych terminów mogą wynikać rzeczywiste nieporozumienia — że jest to zjawisko, któremu należy poświęcić więcej miejsca w podręczniku. Gdy Skowron twierdzi, że „rozumowanie nie opiera się tylko na wyobrażeniach, bo one są zbyt ubogie — nie zawierają elementów abstrakcyjnych” (s. 104), to najwyraźniej ma na myśli węższe znaczenia terminu „wyobrażenia” niż ja. Gdy twierdzi, że istnieją „ściśle i nieściśle

¹⁸ A. Kisielewicz, *Logika i argumentacja*, s. 194–195.

¹⁹ Z. Ziemiński, *Logika praktyczna*, Warszawa 1975.

²⁰ P.N. Johnson-Laird, *Rozumowania dedukcyjne*, [w:] *Psychologia poznawcza w trzech ostatnich dekadach XX wieku*, Z. Chlewiński (red.), tłum. R. Balas et al., Gdańsk 2007.

rozważania filozoficzne” (s. 104), to najwyraźniej inaczej rozumie termin „ściśle” niż to zwykli rozumieć matematycy (ja bym w tym miejscu użył raczej słów „jasne”, „precyzyjne”). Gdy czytam, że „Prawo logiczne, jak interpretuję Kisielawicza, nie jest uniwersalnym prawideł, jest tym, co jest zgodne z indywidualnym zmysłem logicznym” (s. 98–99), to przyznam, że nie bardzo rozumiem, co kryje się za tymi słowami, ale podejrzewam, że po dodatkowym wyjaśnieniu, zgodzilibyśmy się w tej sprawie. Podtrzymuję swoje tezy z książki, że „definiowanie wszystkich kluczowych terminów” nie jest generalnie praktycznym sposobem na uzyskanie przejrzystości i precyzji, że jest to postulat wydumany i niezgodny z praktyką, co nie zmienia faktu, że różne rozumienie kluczowych dla danego stwierdzenia terminów jest chyba najczęstszą przyczyną nieporozumień przejawiających się jako pozorna różnica zdań.

Zdecydowane nieporozumienie — i tylko nieporozumienie — dotyczy pojęcia „zdrowy rozsądek” i wszystkich uwag Skowrona na ten temat (z którymi zasadniczo się zgadzam (s. 113–114)). Doktor Skowron wyraźnie nie doczytał mojej definicji, objaśnienia, umieszczonego we *Wprowadzeniu* do mojej książki, jak ja rozumiem (zamierzam rozumieć) kluczowy termin „zdrowy rozsądek”. Zwraca zresztą na to uwagę profesor Szlachcic w swoim tekście. Jednak (tu się muszę zgodzić z profesorem Szlachcicem) wina leży po mojej stronie, ponieważ wśród filozofów termin ten częściej używany jest w innym znaczeniu i jeśli w podręczniku chciałem przeformować inne znaczenie, to powinienem zrobić to z odpowiednim naciskiem i odpowiednią ilością przypomnień.

Dają się we znaki braki w moim wykształceniu filozoficznym. Moje wykształcenie w tym zakresie jest raczej ogólne (żeby nie powiedzieć „po łebkach”) i jedynie w zakresie filozofii analitycznej, którą najbardziej się interesowałem, posiadam nieco głębsze rozeznanie. Dlatego też interpretację Skowrona, jakoby dokonywał „ontologizacji logiki” (s. 101–104) przyjmuję z ciepłym zainteresowaniem, ale nie czuję się wystarczająco kompetentny, żeby tutaj wejść w jakąkolwiek polemikę w tej materii. Zakwalifikowanie mnie jako „filozofa wypierającego” (s. 103) traktuję jako kolejne nieporozumienie. Jeśli jestem filozofem, jeśli zajmuję się filozofią, to raczej jako filozof-amator i nie wypieram się tego. Dokładniej określiłbym się jako wyznawca filozofii zdroworozsądkowej, przywracania filozofii na grunt zdrowego rozsądku (na tyle na ile się da). Uważam, że żadna nauka, a więc i filozofia pretendująca do bycia ogólną nauką, dziedziną ludzkiego poznania, nie może ignorować ustaleń zdrowego rozsądku, musi się na nich wspierać — oczywiście w szlachetnym rozumieniu tego terminu, w takim, w jakim wedle Quine’a, „nauka jest przedłużeniem zdrowego rozsądku”, w takim, w którym zdrowy rozsądek oznacza też pewien krytycyzm, sceptycyzm i wyciąganie wniosków z sukcesów i porażek nauki. Moje zastrzeżenie we *Wprowadzeniu* do podręcznika, że nie „wdaję się w żadne filozoficzne rozważania”, ma na celu jedynie poinformowanie czytelnika o praktycznym charakterze książki, wynikającym ze świadomego zamierzenia, o którym piszę w artykule wprowadzającym (może i tutaj powinienem dodać słowo wyjaśnienia).

Jeśli chodzi o zarzut Skowrona, że o procesie twórczym i o świadomości wiemy o wiele więcej, niż można by sądzić na podstawie lektury mojego podręcznika, to przyjąłem go już powyżej w części dotyczącej procesu twórczego, natomiast w części

dotyczącej świadomości — i mojego zdania, że o tym, „co to jest świadomość i jak powstaje, nie wiemy na razie praktycznie nic” — wyjaśniam i uzupełniam, że chodzi mi o wiedzę, którą dałoby się spożytkować praktycznie, już to do skonstruowania sztucznej świadomości w ramach *Artificial Intelligence*, już to do wykorzystania na kursach praktycznej logiki. O ile wiem, nie ma takiej wiedzy. Może bardzo wiele potrafimy powiedzieć o różnych zewnętrznych przejawach świadomości, o różnych związanych z tym fenomenach, ale nie mamy takiej wiedzy, która dałby nam poczucie, że rozumiemy „mechanizm świadomości” lub która dałby się wykorzystać w praktyce (mogę się mylić, bo sam niewiele wiem o badaniach psychologów, kognitywistów i filozofów w tym zakresie, ale, prawdę mówiąc, z tego, co wiem, podchodzę do rezultatów tych badań bardzo sceptycznie — i nie widzę żadnego wpływu tych badań w sztucznej inteligencji czy w nauczaniu praktycznej logiki, tam gdzie jakiś wpływ powinny mieć²¹). Może więc znowu chodzi tu jedynie o różne rozumienie terminu „wiedza”?

Z pewnością muszę mocno skorygować swoją tezę, że nie istnieją „żadne ogólne prawa i zasady, którymi można by się posługiwać przy wyciąganiu logicznych wniosków”²². Sam podaję pewne ogólne zasady analizy możliwości, jak również opisuję różne znane w literaturze „metody” stawiania trafnych hipotez (wskazywania rozsądnych możliwości). Chodziło mi o to, że nie ma takich praw i zasad, jak to chcieliby widzieć logicy formalni: ścisłych i gotowych do zastosowania, wyznaczających jednoznacznie algorytmy postępowania, składających się na pełną listę reguł. Chodziło mi o przeciwstawienie praw i zasad tak, jak je widzi logika formalna z brakiem takich praw i zasad w praktycznym przeprowadzaniu dowodu matematycznego (a także ogólnie w praktycznym logicznym rozumowaniu). I tutaj mamy najwyraźniej niezgodę ze Skowronem (i innymi autorami oraz wiernymi wyznawcami logiki formalnej). Skowron wskazuje regułę odrywania i prawo: „jeśli p , to p ” oraz zapytuje retorycznie: czy istnieją konteksty, w których te reguły i prawa nie działają (s. 99)? A co to znaczy, że prawo „ $p \rightarrow p$ ” działa? Że jeśli ktoś uzna twierdzenie p , to może wyciągnąć wniosek, że p ? A potem może wyciągnąć kolejny wniosek, że p , i tak ewentualnie *ad infinitum*? Jakie zastosowanie ma prawo „ $p \rightarrow p$ ” w praktyce? Problem w tym, że prawo to jest prawem w obrębie teoretycznego modelu rozumowania matematycznego, tak jak prawo „ $1 + 1 = 0$ ” jest prawem w obrębie teoretycznego modelu obliczeń zredukowanych do obliczeń na liczbach binarnych. Ani jedno, ani drugie nie ma bezpośredniego odpowiednika w procesach rzeczywistego rozumowania matematycznego lub rzeczywistych obliczeń liczbowych. Można uczyć jednego i drugiego, ale sugerować przy tym, że prawa te można lub powinno się stosować w praktyce rozumowań lub obliczeń jest zwodzeniem uczniów na manowce. Profesor Newelski ma rację, że wykształcony matematyk może użyć narzędzi logiki formalnej w procesie subtelnej analizy dowodów i do kontroli precyzyjności swoich rozumowań. Ale poza matematyką ma to nie większy sens niż uczenie studentów budowy najprostszych elementów skomplikowanej maszyny bez żadnej informacji o tym, jak ta maszyna działa i do czego służy.

²¹ Oczywiście, zachowuję postawę otwartości i, pod wpływem nowej wiedzy lub lepszych argumentów, jestem gotowy zrewidować swoje stanowisko.

²² A. Kisielewicz, *Logika i argumentacja*, s. 86.

Ma rację doktor Skowron, że główne ostrze mojej krytyki skierowane jest nie w logikę formalną, ale w sposób jej nauczania (wykorzystania (s. 110)). Nie ma jednak racji, sądząc, że marzy mi się wprowadzenie innych elementów logiki tradycyjnej, logiki nazw, logiki definicji czy logiki argumentacji. Uważam, że ogólnie formalne podejście do tak złożonego i wieloaspektowego zagadnienia jak rozumowanie jest zasadniczo chybione. I o ile matematyczną część logiki formalnej uważam za niezwykle owocny i wartościowy wysiłek badawczy, to próby budowania innych rachunków logicznych, rozszerzenia logiki klasycznej na inne aspekty rozumowań z myślą o zastosowaniu w praktyce lub chęcią zrozumienia fenomenu myślenia uważam właśnie za ślepą uliczkę. Oczywiście twierdzenie to trzeba by zniuansować (jest pewien sens w rozważaniu innych rachunków logicznych i są zastosowania w pewnych dziedzinach, na przykład dziedzinach techniki), nie ma tu jednak miejsca na zbytnie rozwijanie tego wątku.

Zasygnalizuję więc tylko, że chodzi mi tu o tę ślepą uliczkę, w którą zabrnęła na przykład formalna metodologia nauki. O ile formalny model rozumowań matematycznych zajmuje się tylko jednym aspektem rzeczywistych rozumowań (i jest w stanie doprowadzić nas do rzetelnych wniosków), o tyle formalny model nauki jest próbą uogólnienia, w której następuje już pełne oderwanie od jakichkolwiek rzeczywistych aspektów praktycznego uprawiania nauki. Szczytowym twierdzeniem, które ostatecznie przekonało mnie o całkowitym oderwaniu się tej dziedziny „badań” od rzeczywistości, było znalezione w jednym z solidnych omówień twierdzenie, iż najwyższym etapem rozwoju nauki jest forma systemu aksjomatycznego i że wszystkie nauki do tej właśnie formy zdążają. A najbardziej spektakularnie obezwładniającym przykładem znalezionym w pewnej książeczce poświęconej logice i metodologii nauk był model rzekomo racjonalnego działania trenera piłkarskiego, który obliczał różne prawdopodobieństwa wygranej lub przegranej w zależności od tego, jak ustawi skład i jakie są liczbowe parametry różnych zawodników. Każdy, kto chociaż trochę wie, na czym polega profesja trenera piłkarskiego i jakie są elementy skuteczności działania w tej dziedzinie wie również, że przykład ten jest kompletnie wydumany: nie ma nic wspólnego z rzeczywistością i nie ma żadnych szans na praktyczne zastosowanie.

Obawiam się, że takich ślepych uliczek w rozwoju nauki, kompletnie oderwanych od zdrowego rozsądku i od rzeczywistości badań jest dzisiaj, niestety, wiele. O ile rozumiem, że idealizacja jest jednym z podstawowych narzędzi nauki, to wszelkie idealizacje, w szczególności matematyzacja i formalizacja, powinny być uzasadniane tym, że albo tworzone modele dadzą się zastosować w praktyce, albo że przynajmniej zwiększają nasze rozeznanie w przedmiocie badań. Jest nazbyt wiele pozornych zastosowań matematyki i formalizacji zagadnień we współczesnej nauce, które ewidentnie żadnego z tych kryteriów nie wypełniają. I trudno je określić inaczej niż przelewaniem z pustego w próżne.

O tym jak chybione może być formalizowanie rozumowania, świadczy przykład przytoczony przez Skowrona, mający jego zdaniem dowodzić tezy przeciwnej: że formalizacja rozumowania czasami jest przydatna. „Biednemu zawsze wiatr wieje w oczy. Ci, którym wiatr w oczy wieje, są zahartowani. Stąd biedni są zahartowani.” Wedle Skowrona nie jest to wydumany przykład, bo można się z takim

rozumowaniem spotkać na co dzień. Twierdzi, że standardowa półformalna metoda diagramów Venna pokazuje najlepiej logiczność tego rozumowania, a jednocześnie rozumowanie jest dobrym przykładem posługiwania się dedukcją w praktyce (s. 110–111). Tymczasem moje pierwsze wrażenie jest takie, że mamy do czynienia z sympatyczną igraszką słowną, w której ze znanego przysłowia wyciąga się paradoksalny (złośliwy wobec biednych) wniosek. Mechanizm takich igraszek polega na odwróceniu uwagi odbiorcy od treści, a skoncentrowaniu jej na formie. Mamy tu klasyczną formę sylogizmu i nie trzeba nawet znać tej formy, żeby ulec czarowi prostego formalnego wnioskowania. Jeśli jednak zastosować metodę sugerowaną przeze mnie w podręczniku (w dalszych jego częściach), to najpierw trzeba zastanowić się nad sensem zdań w tym wnioskowaniu. Pierwsze zdanie ma charakter przenośny i chodzi o to, że nie dość, że ktoś jest biedny, to na dodatek zwykle nie ma szczęścia — że szczęście bardziej uśmiecha się do bogatych. Czy jest to prawdą? Czy raczej po prostu z punktu widzenia biednego świat wygląda gorzej? Czy może zazwyczaj bieda jest po trochu rezultatem braku szczęścia? Twierdzenie jest niejasne i chyba nie do końca prawdziwe (z pewnością są biedni, o których tak by się orzec nie dało). Co z kolei znaczy, że ci, którym wiatr w oczy wieje, są zahartowani? Nie chodzi tu zapewne o ogorzałą twarz i wyrobioną odporność na wiatr, lecz o przenośnię, że jeśli ktoś się zмага w życiu z trudnościami, to staje się na nie bardziej odporny. Czy to prawda? Jeśli ktoś ową igraszkę słowną traktuje jako rzetelne rozumowanie, to ma zapewne na myśli następujące wnioskowanie: biedni zmagają się z większymi trudnościami niż bogaci. Trudności sprawiają, że się człowiek na nie uodparnia. Więc biedni są bardziej uodpornieni na trudności niż bogaci.

Czy wniosek jest logiczny? Czy nie ma tu innej możliwości? W świetle wszystkiego, co zasugerowałem, a nalegam na wnioskowanie z całego obrazu myślowego (a nie tylko z formalnych przesłanek), jest taka możliwość, że wszystko zależy od tego, jak ktoś stał się bogatym i jak ktoś stał się biednym. To generalnie nie jest poprawne rozumowanie (bo przesłanki są niejasne i nie są całkiem prawdziwe). Generalizacja zawarta we wniosku nie jest uprawniona. A rozumowanie przytoczone we wcześniejszej formie jest zabiegiem retorycznym, bo odwraca od tego wszystkiego uwagę.

Nie twierdzę zatem, że pewnego rodzaju formalizacja, lub — by lepiej się wyrazić — schematyzacja, nie może być użyteczna w analizie rozumowań. Jednak stosowanie (bez analizy znaczenia zdań) formalnych schematów, jak również analiza usiłująca praktyczne rozumowania wtłoczyć w takie schematy, są zazwyczaj nie tylko bezużyteczne, ale często właśnie odwracające uwagę od istoty rzeczy i prowadzące na manowce. Nie twierdzę, że w praktyce nie stosujemy dedukcji w odniesieniu do myślowych modeli rozważanych sytuacji, ale jeśli rzetelna, to jest to dedukcja semantyczna, a nie prowadzona wedle syntaktycznych schematów.

2.3. W odpowiedzi profesorowi Krzysztofowi Szlachcicowi

Komentarz profesora Szlachcica (s. 115–136) wydaje się najbardziej wnikliwy w tym sensie, że cały szereg spraw zostało zanalizowanych wyjątkowo szczegółowo. Obfituje on w wiele cennych dla mnie uwag, z których kilka wspomniałem już we wcześniejszych partiach tekstu. Dziękuję za wiele ciepłych słów pod moim adresem. Przywołane postawy filozofów (Poppera, o formułowaniu tez tak, żeby dały

się sfalsyfikować czy Locka przyrównanie światła rozumu do światła świecy) celnie charakteryzują meandry moich myśli. Bardzo interesujące jest zwrócenie uwagi na artykuł Kazimierza Twardowskiego *Symbolomania i pragmatofobia*²³, który pokazuje, że lista filozofów sceptycznie nastawionych do logiki formalnej (s. 132–135) lub przestrzegających przed nadmiernym uleganiem czarowi symboli i formalnych gier jest dłuższa niżby się wydawało.

Wnikliwe i zapewne celne są również uwagi wskazujące na różnice w stosunku do Kartezjusza w rozumieniu prawdy (s. 120) i niewłaściwą interpretację słów Pascala (s. 131) dotyczących dwóch sposobów argumentowania: do serca i do rozumu. Żeby wnikliwiej się do tego ustosunkować, najpierw muszę sam lepiej zgłębić wskazane tematy (co po tych intrygujących uwagach muszę zrobić). Z pewnością muszę (o czym już była mowa) zmodyfikować swoje odniesienia do pojęcia zdrowego rozsądku i rozumu.

Zgadzam się też, że lepiej powinienem zdefiniować wskazane przez Szlachcica kluczowe terminy (s. 125–126). Na potrzeby tego tomu swoje rozumienie terminów „logika formalna” i „logika praktyczna” wyjaśniłem na wstępie tego tekstu. Termin logiczny, tak jak go używam w podręczniku, odnosi się do logiki praktycznej, a więc do potocznego znaczenia tego terminu.

„Możliwość” to w moim rozumieniu możliwy stan rzeczy niedający się wykluczyć w świetle naszej wiedzy. „Możliwość rozsądna” to taka, której nie można pominąć w rozważaniach, której pominięcie uczyniłoby wnioskowanie ewidentnie niepoprawnym, miałoby charakter ewidentnej luki w rozumowaniu, której nie da się zakwalifikować jako tak mało prawdopodobnej, że dającej się pominąć w danym wnioskowaniu. Pojęcie to ma oczywiście charakter subiektywny, zależy od naszej wiedzy i wyobraźni, tak jak pojęcie *reasonable doubt* używane w anglosaskim systemie prawnym. Oba mają jednak charakter praktyczny i intersubiektywny o tyle, że w grupach (w dyskusjach, w procesach sądowych) potrafimy się zgadzać, co do tego, co można uznać w danym momencie za możliwość rozsądną (rozsądną wątpliwość), a co nie. Subiektywne poczucie, że rozważyliśmy wszystkie rozsądne możliwości (będące warunkiem uznania wnioskowania za logiczne) podobne jest również do subiektywnego poczucia, że fakty zostały ustalone *beyond any reasonable doubt*: uzyskujemy takie przekonanie na pewnym etapie postępowania, jesteśmy więc skłonni je zakończyć na tym etapie (osiągnięcie takiego etapu wymaga efektywność postępowania), ale potrafimy zrewidować swoją opinię, wycofać przekonanie, gdy ktoś wskaże nieuwzględnioną do tej pory możliwość (wątpliwość), która ma taki charakter, że musimy uznać ją za rozsądną (a całe postępowanie za wymagające rewizji).

Praktyczne logiczne wnioski zawierają więc w sobie element niepewności związany z tym, że rozszerzenie wiedzy lub wyobraźni, trafne uwagi oceniającego nasze rozumowanie, mogą zmusić nas do wycofania się z twierdzenia, do jego rewizji. Ta świadomość powinna chronić nas przed dogmatyzmem, zachęcać do poddania swoich rozważań osądowi innych. Ten fakt jest podstawą poznawczego dialogu i skuteczności nauki jako przedsięwzięcia zbiorowego (słuszne jest tu przywołanie przez Szlachcica analiz Kuhna i Flecka (s. 129–130)).

²³ K. Twardowski, *Symbolomania i pragmatofobia*, „Ruch Filozoficzny” 4, nr 1–2 (1921), s. 1–10.

To odpowiada, mam nadzieję, na wątpliwość profesora Szlachcica, czy kryterium „wyczerpania wszystkich rozsądnych możliwości” daje się efektywnie zastosować? (s. 128–129) Na poziomie subiektywnym to kwestia eksploracji własnej wyobraźni — tak, często towarzyszy nam poczucie, że „nic mądrego więcej nie wymyślimy”, że rozważyliśmy już wszystko, co należało. To również kwestia efektywności działania — w pewnym momencie trzeba przerwać rozważania i przejść do działania. Na poziomie intersubiektywnym to kwestia poddania naszych wniosków testowi na falsyfikację, na możliwe kontrprzykłady, na uzyskanie zbiorowej zgody, co do tego, że rozważyliśmy wszystkie rozsądne możliwości.

W sprawie budzącego wątpliwości Szlachcica mojego rzekomo „surowego osądu współczesnej logiki formalnej” (s. 125) mam nadzieję, że wiele już wyjaśniłem. Odpowiadając wprost na pytanie, czy widzę różnicę między „stosowaniem schematów” a „respektowaniem reguł” (s. 127), odpowiem: widzę, ale w rozumowaniach niematematycznych żadnych reguł formalnych nie stosuję: ani świadomie, ani nieświadomie (tego drugiego wiedzieć nie mogę, ale wnioskuję tak na podstawie mojej wiedzy). Od biedy można mi przypisać, poprzez odpowiednią interpretację, respektowanie reguły „jeśli p , to p ”, ale już z regułą „ p lub nie p ” (która na gruncie logiki formalnej jest równoważna z poprzednią) byłby już pewien kłopot — bo jej często świadomie nie respektuję.

Profesor Szlachcic twierdzi, że prezentacja logiki formalnej w dodatku do mojego podręcznika zapowiadana jako „projekt matematyczno-filozoficzny” nie odbiega od standardowych, podręcznikowych przedstawień logiki formalnej (s. 128, przyp. 28). Widać nie dość się postarałem, żeby podkreślić fakt, iż chodzi mi o to, że całość da się przedstawić jako świadome skonstruowanie modelu rozumowań opartego na bardzo upraszczających założeniach (ograniczenie się do dwóch wartości logicznych, ścisłego języka, ekstensjonalności). Wszystkie własności tabel, schematy i prawa logiki można przedstawić jako proste konsekwencje tych upraszczających założeń. Jeśli świadome, to również ze świadomością, że generalnie model ten nie przystaje do rzeczywistości, a jedynie odzwierciedla pewien aspekt rozumowań matematycznych. Nie znam podręcznika logiki czy krytycznego myślenia, który zawierałby taki *disclaimer*.

Na zakończenie dość szczegółowo rozważę pewne kluczowe nieporozumienie, które przejawiało się w zakwestionowaniu przez profesora Szlachcica mojego rozwiązania „zadania o gwiazdkach”²⁴ (s. 130). Nieporozumienie między nami już zostało zażegnane, ale uświadomiło mi ono, że przy tym zadaniu popełniłem zasadniczy błąd, nie doceniając trudności zagadnienia. Dlatego tutaj postaram się sprawę rozjaśnić. Albowiem moje najwyraźniej nazbyt żartobliwe potraktowanie błędu autorów *Good Reasoning Matters*²⁵ spowodowało, że zupełnie niejasne stały się moje intencje z tym przykładem związane.

²⁴ A. Kisielewicz, *Logika i argumentacji*. Zadanie zostało przedstawione na stronach 21–22; odpowiedź na s. 44.

²⁵ L.A. Groarke, C.W. Tindale, *Good Reasoning Matters! A Constructive Approach to Critical Thinking*, Don Mills 2008.

W podręczniku zamieszczone jest następujące wnioskowanie jako przykład wnioskowania dedukcyjnego, w którym wniosek wynika z przesłanek w sposób pewny:

P1 = Wszystkie ćwiczenia, które mają odpowiedzi na końcu książki oznaczone są gwiazdką.

P2 = Ćwiczenie numer 5 oznaczone jest gwiazdką.

C = Ćwiczenie numer 5 ma odpowiedź na końcu książki.

Autorzy opatrują ten przykład obszernym wyjaśnieniem, żeby przekonać czytelnika, że wniosek jest pewny, więc wnioskowanie to ma charakter dedukcyjny. Jednakże wnioskowanie to nie jest dedukcyjne, wyjaśnienie autorów jest błędne, czego dowodzi następujący kontrprzykład.

Wyobraźmy sobie książkę *X*, w której tylko część ćwiczeń ma odpowiedzi na końcu książki, ćwiczenie numer 5 nie ma odpowiedzi na końcu książki, wszystkie ćwiczenia, które mają odpowiedzi na końcu książki oznaczone są w tekście gwiazdką, a do tego gwiazdką oznaczone jest w tekście kilka innych ćwiczeń, wśród nich ćwiczenie numer 5. W przypadku takiej książki *X* przesłanka P1 jest prawdziwa, przesłanka P2 też jest prawdziwa, a konkluzja *C* jest fałszywa.

Wskazany tu kontrprzykład ilustruje typową dla matematyki metodę dowodzenia, że jakieś wnioskowanie jest błędne. Jednocześnie fakt, że w sprawie tej pomylili się autorzy (znający doskonale logikę formalną) i tylu czytelników wielu wydań, którzy nie zwrócili uwagi, że przykład jest błędny, pokazuje dobitnie, że ludzie nie myślą schematami, lecz semantycznie. Większość czytelników (razem z profesorem Szlachcicem) przypisała wskazanym we wnioskowaniu zdaniom takie znaczenie, żeby wszystko się zgadzało, a nie zgodne z formalną rekonstrukcją (ulegali tu autorytetowi autorów, którzy twierdzili, że jest to przykład wnioskowania dedukcyjnego), ale to dowodzi, że wszyscy oni nawet nie próbowali rozważyć form wskazanych zdań ani stosować jakichkolwiek formalnych schematów w ocenie poprawności tego rozumowania.

To, że sprawa nadal budzi kontrowersje, przekonuje mnie, że zbyt ogólnikowo potraktowałem sprawę rozumowań dedukcyjnych w moim podręczniku, że jest to temat trudniejszy, niż mi się wydawało (i nie nadaje się też na żarty) i że więcej miejsca powinienem poświęcić na przykład metodzie obalania wnioskowania przez wskazanie kontrprzykładu. Z drugiej strony, pokazuje to także, że uczenie samych schematów formalnego wnioskowania, bez odpowiedniego matematycznego treningu, jest powierzchowne, bezowocne i tym bardziej mija się z celem.

2.4. W odpowiedzi pozostałym dyskutantom

Komentarz Mateusza Kotowskiego, jak wskazuje jego podtytuł, jest komentarzem na marginesie mojej książki (s. 77–93). Dotyczy on ważnego problemu oceny wiarygodności źródeł oraz oceny wiarygodności cudzych ustaleń. Zdaniem autora jest to jedna z kluczowych kompetencji, które powinny wchodzić w skład krytycznego myślenia, z czym w pełni się zgadzam. Autor zarzuca mi, że (mimo to) temat ten w swoim podręczniku potraktowałem „w sposób co najmniej zdawkowy” (s. 79). Tu też się muszę zgodzić, chociaż na swoje usprawiedliwienie dodam, że nie jest to jedyny temat, który, jak sędzę, powinienem był bardziej rozwinąć. A po

drugie, problem polega na tym, że — co zresztą wynika z tekstu Kotowskiego — niewiele jest tu do rozwinięcia na poziomie ogólnego podręcznika z zakresu logiki praktycznej.

Zwróć tylko uwagę na kilka kwestii. Argument z autorytetu, klasyfikowany kiedyś jako błąd, w teorii argumentacji już dość dawno został „zrehabilitowany” — i być może nie dość wyraźnie wskazałem na to w moim podręczniku. W dzisiejszych czasach nawały informacyjnej *fake newsów* i nieodpowiedzialnych wypowiedzi celebrytów, które wykraczają poza obszar ich kompetencji (w tym różnego rodzaju „ekspertów medialnych”), kwestia oceny wiarygodności autorytetu jest sprawą skomplikowaną i chyba jednak wykraczającą poza zakres stosunkowo prostych i ogólnych recept (co sam autor dowodzi w swoim tekście). Jako informatyk dodam, że niezwykle trudnym zagadnieniem jest przystosowanie wyszukiwarek internetowych do klasyfikowania wyników według wiarygodności (być może da się tu zastosować w przyszłości technologię *blockchain*). Warto tutaj zwrócić uwagę, że wysoce wiarygodnym źródłem (w pewnym zakresie) jest *Wikipedia*. Sęk w tym, że wygląda na to, że jedynie znikomą część populacji korzysta z tego źródła do krytycznej oceny swojej wiedzy — wygląda to tak, jakby ludzie nie chcieli znać prawdy obiektywnej, a jedynie „swoją prawdę” podsuwaną przez tabloidowe media i retoryczne debaty toczące się w przestrzeni publicznej²⁶. Niemniej zgadzam się, że problematyka wiarygodności źródeł informacji i autorytetu jest kluczowa i powinna być, w miarę możliwości, szerzej potraktowana w podręcznikach krytycznego myślenia.

Profesor Sielezin swoje krytyczne uwagi koncentruje na tych punktach mojego podręcznika, które mają jakieś odniesienie do nauk społecznych (s. 71–76). Wyraża żal, że wątek odejścia w tym obszarze od metod empirycznych i racjonalnych „na rzecz relatywizmu, a nawet dezinformacji” (s. 72) pojawił się w książce tylko wyimkowo, że szerzej nie poruszyłem problemu posługiwania się w naukach społecznych wyrażeniami okazjonalnymi i modalnymi, występowaniem ekwiwokacji i amfibolii (s. 74). Zwraca też uwagę, że w naukach społecznych i humanistycznych wyróżniamy różne fakty, które po wykorzystaniu porównywalnych źródeł podlegają często reinterpretacji (na przykład fakty historyczne, źródłowe, historiograficzne (s. 74–75)). Moja odpowiedź jest taka sama, jak w poprzednim przypadku. Poruszone tematy są z pewnością ważne i powinny gdzieś znaleźć swoje rozwinięcie o charakterze dydaktycznym. Pytanie jedynie, czy to wszystko zmieści się w krótkim podręczniku logiki praktycznej, czy też może podręcznik ten powinien być jednak obszerniejszy (oczywisty jest fakt, że wymagałyby to też ode mnie gruntowniejszego zapoznania się z tematyką metodologii nauk społecznych wskazaną w tekście przez profesora Sielezina).

Jeśli chodzi o dwa pozostałe teksty, to ich autorzy (razem z profesorem Newelskim) zdają się nie dostrzegać faktu, że logika nie ogranicza się do logiki dedukcji

²⁶ Wskazuje na to ostatnia gorąca debata na temat nowelizacji ustawy o IPN, mającej penalizować zniesławianie państwa i narodu polskiego. W *Wikipedii* (anglojęzycznej) jest wielka liczba artykułów na temat Holocaustu i okupacji niemieckiej w Polsce powołujących się na dziesiątki solidnych źródeł. Tymczasem znaczna część polityków i dziennikarzy biorących udział w tej debacie wypowiada sądy stojące w absolutnej sprzeczności z ustaleniami przytoczonymi w *Wikipedii*.

i zgodnie z długoletnią tradycją filozoficzną obejmuje także logikę indukcji²⁷. Co więcej, raczej nie ulega wątpliwości, że większość praktycznych rozumowań ma charakter indukcyjny (choć w tej sprawie istnieją różne poglądy). Ja twierdzę, i powyżej starałem się to uzasadnić, że jeśli wykluczyć z praktycznych rozumowań zastosowania matematyki (w których stosuje się reguły konkretnych metod obliczeniowych, a nie formalne schematy logiki), to wnioskowania dedukcyjne poza matematyką są stosunkowo rzadkie. Dlatego większość twierdzeń w moim podręczniku dotyczy przede wszystkim rozumowań indukcyjnych i zderzanie ich z tezami na temat logiki formalnej jest nieporozumieniem.

Na tym właśnie polega główne nieporozumienie w polemice doktora Marcina Łazarza ze mną (s. 57–62), i mam nadzieję, że powyższa uwaga, jak i przede wszystkim część pierwsza mojego artykułu, wiele elementów tego nieporozumienia już wyjaśniły. Odniosę się więc szczegółowo tylko do kilku konkretnych. Nieporozumieniem jest stawiany mi przez Łazarza zarzut, że zbyt wąsko rozumiem logikę formalną: „Tak wąskie rozumienie logiki formalnej jest czymś zupełnie niestandardowym i niespotykanym” (s. 58). Ja rozważam tylko te elementy logiki formalnej, które usiłuje się stosować w podręcznikach logiki praktycznej i krytycznego myślenia — faktycznie stanowią one bardzo niewielką część logiki formalnej i to z biegiem lat coraz mniejszą, dlatego że pozostałe nie mają żadnego zastosowania do praktyki codziennych rozumowań (niematematycznych). Nieprawdą jest też, że nie doceniam wielkich osiągnięć logiki formalnej — a jeśli nie piszę o nich w moim podręczniku, to dlatego, że nie mają nic wspólnego z praktycznymi rozumowaniami (niematematycznymi)²⁸.

Nie mogę zgodzić się z twierdzeniem, że „prawdziwym celem logiki nie były ani wynalazki, ani praktyka życia codziennego, lecz wielce oderwane od życia zagadnienie: ufundowanie matematyki” (s. 60). Zmodyfikowałbym to tak, że prawdziwym sensem logiki formalnej okazało się ufundowanie matematyki. Niezupełnie prawdziwe jest twierdzenie, że każdy „pomysł czy argument musi być w końcu napisany »na czysto«, tj. doprowadzony do postaci, w której wszystkie kroki dowodowe są ściśle uzasadnione i zgodne z regułami logiki” (s. 61). Matematycy zatrzymują się w praktyce w połowie tej drogi: wszystkie kroki dowodowe muszą być dostatecznie ścisłe i jasne dla specjalistów z danej dziedziny matematyki. Każdy krok przy dalszym uściśleniu wymagałby przywołania bardzo wielu elementarnych praw logiki (w tym sensie one w ogóle nie są w użyciu). Dowody prezentowane w prestiżowych czasopismach matematycznych są zazwyczaj zupełnie niejasne nie tylko dla niespecjalistów, ale nawet dla profesjonalnych matematyków pracujących w innej dziedzinie matematyki. Nie pomoże sama znajomość reguł logiki — trzeba mieć bardzo dobre rozeznanie w dziedzinie.

Deklarację Marcina Łazarza, że: „Niezliczona masa problemów życia codziennego każe wątpić w istnienie »logiki praktycznej«”(s. 62) przyjmuję jako (bardzo

²⁷ J. Hawthorne, *Inductive Logic*, The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2018 Edition), E.N. Zalta (red.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/spr2018/entries/logic-inductive/> (dostęp: 15.05.2018).

²⁸ Moja poprzednia książka, *Sztuczna inteligencja i logika*, w jednej trzeciej poświęcona jest właśnie tym osiągnięciom.

nieściśle) wyrażenie przekonania, iż w logice indukcji nie da się wypracować takich ścisłych reguł jak w logice dedukcji, i że w związku z tym zagadnienia te są poza zasięgiem metod „naukowych” (w wąskim sensie, w którym Łazarz rozumie „naukowość”). To wskazuje na zasadniczy problem, jaki wielu logików formalnych ma z wyjściem poza własne pole badań naukowych.

Tekst profesora Andrzeja Biłata (s. 63–70) również dotyczy przede wszystkim sprawy mojej krytyki logiki formalnej. W związku z tym mógłbym tu wyrazić podobną nadzieję, że moje wyjaśnienia w pierwszej części rozwiąły główne wątpliwości i nieporozumienia. W tym przypadku jednak nadziei takiej nie wyrażam, bowiem postawa autora, „dogmatycznego obrońcy logiki formalnej”, nie daje żadnych podstaw do takich nadziei.

Już w pierwszym paragrafie swojego tekstu autor umieszcza następujące stwierdzenie: „Owa krytyka, jej nieprzejędany styl oraz elementarne błędy z zakresu logiki formalnej sprawiają, że podręcznik może przynieść idei krytycznego myślenia więcej szkody niż pożytku” (s. 63) [wyróżnienie — A.K.].

W tym momencie cały spór między nami da się rozstrzygnąć w oparciu o owe „elementarne błędy z zakresu logiki formalnej” (wyszczególnione w trzeciej części tekstu Biłata). Jeśli bowiem takie błędy rzeczywiście popełniam, to mój podręcznik nadaje się do kosza na śmieci, a całe sympozjum nie miało większego sensu. Jeśli jednak Biłat myli się w tym względzie i nie rozumie po prostu, o czym ja piszę, to z kolei stawia pod znakiem zapytania wartość jego tekstu.

Dalej sformułowano zarzut „niedostatku jasności głoszonych idei i wyraźności wprowadzanych pojęć” (s. 63), co w połączeniu z faktem, że inni komentatorzy i recenzenci chwalili podręcznik za jasność wyводу i zrozumiałość, wskazuje bardzo poważnie na możliwość, iż Biłat po prostu nie bardzo rozumie moje wypowiedzi. Powstaje pytanie, czy jest to moja nieumiejętność dobrego wyjaśniania skierowanego jednocześnie do zbyt wielu różnych typów umysłowości (w jakiejś mierze na pewno tak), czy też może niezdolność otwarcia się profesora Biłata na jakiekolwiek nowe spojrzenie, a więc jego zamknięta perspektywa poznawcza? Sądząc po tym, co profesor Biłat uznał za moje błędy, śmiem przypuszczać, że do czynienia mamy tu właśnie z zamkniętą na cztery spusty perspektywą poznawczą, szczególnie, że spotkałem już wielu wyznawców logiki formalnej, mniej lub bardziej fanatycznych, z którymi próba jakiejkolwiek dyskusji okazywała się zupełnie jałowa.

Pozwolę więc sobie odnieść się jedynie do moich rzekomych elementarnych błędów z zakresu logiki formalnej, bowiem reszta tekstu polega ewidentnie na podobnym niezrozumieniu tego, co napisałem.

W moim podręczniku w ramach wskazania przykładów rozumowania dedukcyjnego podałem: „Albo Piotr, albo Paweł zbił szybę sąsiada. Piotr nie wychodził dziś z domu. Zatem Paweł zbił szybę sąsiada”²⁹. Nieco dalej stwierdziłem, że wnioskowanie to „może być potraktowane” jako szczególnie przypadek zastosowania schematu: „Albo p , albo q ; Nieprawda, że p ; A zatem: q ”³⁰.

²⁹ A. Kisielewicz, *Logika i argumentacja*, s. 19.

³⁰ *Ibidem*, s. 20.

Zdaniem Biłata popełniłem tu „elementarny błąd z zakresu logiki formalnej”, bo drugiego zdania „w żaden sposób nie da się sparafrazować jako zdanie reprezentowane przez zmienną p ” (s. 68). Każdy człowiek po odpowiednim treningu z zakresu logiki formalnej widzi, że za rozumowaniem tym kryje się wskazany schemat w tym sensie, że w ewentualnej pełnej formalizacji ten właśnie schemat byłby kluczowy (i jest on istotą tego rozumowania). Dlatego właśnie użyłem słów „może być potraktowane”. Nie zdecydowałem się na kompletne strywalizowanie przykładu (jakim byłoby tu użycie zdania „Nieprawda, że Piotr zbił szybę sąsiada” zamiast „Piotr nie wychodził dziś z domu”), bo chciałem, żeby przykład wyglądał trochę bardziej praktycznie. Przyjąłbym zarzut, że być może powinienem skomentować ten przykład dokładniej, żeby zadowolić także logików formalnych (i tych, którzy mogą tu czegoś nie zrozumieć). Ale uznałem, że dodatkowy szczegółowy komentarz nie rozjaśniłby sprawy czytelnikowi nastawionemu praktycznie, a raczej zaciemnił, a każdy logik formalny właściwie zinterpretuje moje słowa „może być potraktowane”. Jak widać myliłem się.

Podobny problem jest z następnym przykładem, w którym (tytułem ilustracji) wskazuję, że klasyczne wnioskowanie: „Każdy człowiek jest śmiertelny. Sokrates jest człowiekiem. Zatem: Sokrates jest śmiertelny”³¹ jest przykładem zastosowania sylogizmu Barbara. Dla doświadczonych matematyków i logików znowu jest to oczywiste. „Bycie Sokratesem” jest również własnością (definiującą zbiór jednoelementowy), więc podpada pod tego rodzaju sylogizmy. Wykorzystują to zresztą autorzy różnych podręczników (dokładnie takie zastosowanie sylogizmu Barbara znajduje się na przykład w popularnym podręczniku Groarke i Tindale³²). Nie wiem, czy Biłat ma z tym problem, bo nie rozumie, że zbiór jednoelementowy też jest zbiorem, czy też zmyliła go może różna kolejność przesłanek w przykładzie i schemacie (czyli nie rozumie, że kolejność przesłanek w tych schematach nie gra roli). Być może autor zna jakąś inną interpretację formalną przytoczonego powyżej sylogizmu i wydaje mu się, że jest ona jedyną słuszną. To znaczyłoby, że nie rozumie tego, na co zwrócił uwagę profesor Newelski, że w tej materii nie ma żadnych jednoznacznych sposobów interpretacji, że formalizować rozumowania (oraz zdania języka naturalnego) można (próbować) na różne sposoby. Tu warto zwrócić uwagę, że wskazany przez mnie teoriomnogościowy sposób formalizacji zdań zawierających nazwy własne stosowany jest nie tylko przez matematyków i autorów popularnych podręczników, lecz także w wielu projektach AI (na przykład w bazie wiedzy zdroworozsądkowej CYC)³³, gdzie uznano ten sposób za najbardziej praktyczny. Tego wszystkiego ma prawo Biłat nie wiedzieć, ale wystarczyłoby minimalne użycie zasady życzliwej interpretacji i pewnej wstrzemięźliwości w osądach, żeby zrozumieć, o co mi chodzi, a wątpliwości swoje zamienić na sugestię o wartym rozważenia uściśleniu komentarza.

Podobne zasadnicze problemy z interpretacją zdań języka naturalnego tkwią u podstaw innych zarzutów i uwag w tekście profesora Biłata. Obawiam się, że

³¹ *Ibidem*, s. 287.

³² L. Groarke, C.W. Tindale, *op. cit.*, s. 178.

³³ S. Russell, P. Norvig, *Artificial Intelligence. A Modern Approach*, London 2009.

tekst ten jest typowym przykładem tego, iż próby rozumienia wszystkiego przez wąski pryzmat formalnego ujęcia prowadzą nieuchronnie do niezrozumienia istoty zagadnienia. Dla postronnego czytelnika wyjaśnianie zawartych w tym nieporozumień byłoby raczej nieciekawe, dlatego poprzestanę na dwóch wskazanych przykładach, które są chyba wystarczająco znamienne.

* * *

Na zakończenie chciałbym zwrócić uwagę, że wszyscy komentatorzy ustosunkowywali się do mojej koncepcji logiki jako analizy możliwości. I trudno się dziwić, bo głównie na tym polega nowość edukacyjnej propozycji i to przede wszystkim podkreślałem we „Wprowadzeniu”. Jednakże sądzę, że z filozoficznego punktu widzenia równie ciekawa, a może nawet ciekawsza, jest koncepcja empirycznego znaczenia zdań (też oparta na doświadczeniu matematyki). W praktyce prowadzi ona do zupełnie nowej metody precyzowania i objaśniania znaczeń zdań, ale na gruncie filozofii prowadzi do rewizji pojęcia prawdy.

In reply to the polemics and comments on my book *Logic and Argumentation*

Summary

This article contains the reply to the polemics and comments on my book *Logic and argumentation*. Since the most controversial issue among the commentators was my “radical attack on formal logic”, the first part of the text generally addresses this criticism. Firstly, I thoroughly explain what my doubts regarding the formal logic are. I am not questioning the great, even spectacular, successes of formal logic in the field of mathematical logic, nor its extraordinary contribution to the foundation of computer technology. I only find that for the traditional goal of logic — that of studying the principles of reasoning, inference and definition — formal methods have failed in confrontation with practice. I am developing this thesis in detail and I am trying to justify it, first of all by referring to the practice of reasoning in the field of mathematics. In the second part, I respond to specific criticisms and comments from individual authors. Many of the comments are correct, some are based on misunderstandings, while some, in my opinion, are wrong.