Studia Philosophica Wratislaviensia
vol. XVI, fasc. 4 (2021)
https://doi.org/10.19195/1895-8001.16.4.5

ANNA KOZANECKA-DYMEK
ORCID: 0000-0003-3361-073X
Katolicki Uniwersytet Lubelski

Pewne zastosowania wybranych rozszerzeń logiki tensalnej w niektórych naukach przyrodniczych

Some applications of selected extensions of tense logic in natural sciences

Abstract: In the article an issue of applicability of tense logic in natural sciences is addressed. I argue that if one reaches the limits of applications of tense logic, then, in some cases, it is possible to apply some extensions of tense logic. Among examples of such systems is the metric tense logic which enables one to express how many units of time have passed since the occurrence of an event, or how many units of time will pass until the event will take place. Another example is the logic with operators Since and Until, which allows to express time dependences of occurring one event upon the occurrence of an another event.

Keywords: tense logic, extensions of tense logic, applications, physics, cosmology

W artykułach *Systemy* tense logic *oraz ich stosowalność w naukach przyrodniczych* oraz *Stosowalność języka niektórych systemów logiki temporalnej w naukach przyrodniczych*[1] przedstawione zostały możliwe zastosowania logiki tensalnej (*tense logic*)[2] przede wszystkim w fizyce i w kosmologii fizycznej. Wykazałam w nich, że na gruncie tych nauk można stosować (głównie do precyzyjnego wyraża-

---

[1] A. Kozanecka-Dymek, *Systemy* tense logic *oraz ich stosowalność w naukach przyrodniczych*, „Edukacja Filozoficzna" 48 (2009), s. 193–217; A. Kozanecka-Dymek, *Stosowalność języka niektórych systemów logiki temporalnej w naukach przyrodniczych*, „Analiza i Egzystencja" 14 (2011), s. 43–56.

[2] Skonstruowana przez Priora logika tensalna (inaczej logika czasów gramatycznych) jest jednym z rodzajów logiki temporalnej. Jej krótka charakterystyka znajduje się w drugiej części artykułu.

nia niektórych ich twierdzeń dotyczących własności czasu a także do konstruowania i sprawdzania poprawności formalnych schematów wnioskowań zawierających zdania w różnych czasach gramatycznych) odpowiednie systemy tensalne, to jest: system K_t, CR i CL. W artykułach tych nie została natomiast poruszona kwestia tego rodzaju zastosowań w odniesieniu do niektórych systemów będących rozszerzeniami logiki tensalnej, na przykład do metrycznej logiki tensalnej (*metric tense logic*) i logiki z funktorami *Since* i *Until*. Zagadnienie to zostanie w związku z tym podjęte w niniejszej pracy, która może być zatem traktowana jako uzupełnienie wspomnianych artykułów.

Żeby nie powtarzać treści znajdujących się w wymienionych wyżej publikacjach, w pierwszej części zacznę od przypomnienia jedynie najważniejszych zawartych w nich ustaleń, do których będę się poniżej odwoływać. Następnie, w drugiej części, scharakteryzuję wspomniane rozszerzenia logiki tensalnej[3], w części zaś trzeciej pokażę, do czego mogłyby się one przydać niektórym naukom przyrodniczym.

Kwestia stosowalności logiki tensalnej w naukach przyrodniczych

Nauki przyrodnicze, zwłaszcza fizyka i kosmologia fizyczna, posługują się dwoma językami: matematycznym i wyobrażeniowym[4]. Język matematyki służy do zapisywania praw teorii fizykalnych, natomiast do ich opisywania w sposób bardziej zrozumiały służy tzw. język wyobrażeniowy: jest to język naturalny wzbogacony specjalistyczną terminologią, jak na przykład: „foton", „kwark", „bozon", „kwant", „entropia" czy „termalizacja"; zaliczamy do niej również takie pojęcia jak „czas" i „przestrzeń", które na gruncie fizyki i kosmologii rozumiane są w specyficzny sposób. Logiką języka matematyki jest klasyczny rachunek logiczny, natomiast języka wyobrażeniowego — niektóre logiki nieklasyczne będące rozszerzeniem tego rachunku (między innymi logika temporalna), gdyż, jak wiadomo, klasyczna logika nie dostarcza odpowiednich narzędzi do formalizowania pewnych zwrotów języka wyobrażeniowego, między innymi zwrotów czasowych.

Odpowiednie systemy tensalne mogłyby służyć do analizy formalnej poprawności schematów rozumowań złożonych ze zdań w różnych czasach gramatycznych sformułowanych w języku wyobrażeniowym. Dostarczałyby także poprawnych schematów wnioskowań, które mogłyby być wykorzystywane przy (pośrednim) uzasadnianiu niektórych twierdzeń formułowanych w naukach przyrodniczych. Przy czym odpowiednie systemy to systemy spełniające dwa główne warunki: dostarczające naukom przyrodniczym właściwego języka, czyli takiego, który umożliwiałby for-

[3] Charakteryzując je, pominę semantykę formalną, ponieważ nie jest ona konieczna do przeprowadzanych tu rozważań; informacje na jej temat można znaleźć w wielu publikacjach dotyczących rozszerzeń *tense logic*.

[4] Zob. W. Heisenberg, *Ponad granicami*, tłum. K. Wolicki, Warszawa 1979; W. Heisenberg, *Część i całość*, tłum. K. Napiórkowski, Warszawa 1987.

malizację określonych zwrotów temporalnych[5] występujących na gruncie tych nauk i jednocześnie wartościowe poznawczo, czyli takie, których tezy są zdaniami prawdziwymi w fizykalnym modelu czasu.

Wartościowy poznawczo system logiki tensalnej powinien liczyć się z ustaleniami dotyczącymi własności czasu przyjmowanymi na gruncie fizyki i kosmologii, a więc wyrażać za pomocą tez tylko te jego własności, które są akceptowane w większości teorii formułowanych w tychże naukach[6]. Przypomnijmy zatem uznawany przez nie model czasu.

Czas w naukach przyrodniczych, zwłaszcza w fizyce i w kosmologii, może być ujmowany jako teoriomnogościowy zbiór momentów uporządkowany przez relację czasowego następstwa: CZAS: $C = (\mathrm{M}, <)$, gdzie M to (niepusty) zbiór momentów t, zaś $<$ to relacja czasowego następstwa (inaczej relacja wcześniej/później) określona na poszczególnych momentach należących do M[7]. Najczęściej przyjmuje się, że relacja ta jest:

przeciwzwrotna: $\forall t \in M \sim (t < t)$

asymetryczna: $\forall t_1, t_2 \in M\, [(t_1 < t_2) \rightarrow \sim (t_2 < t_1)]$

przechodnia: $\forall t_1, t_2, t_3 \in M\, [(t_1 < t_2) \wedge (t_2 < t_3) \rightarrow (t_1 < t_3)]$

spójna: $\forall t_1, t_2 \in M\, [(t_1 < t_2) \vee (t_1 = t_2) \vee (t_2 < t_1)]$[8].

Taki model czasu linearnego przyjmowany jest w większości teorii fizykalnych. W związku z tym tezy adekwatnego systemu powinny wyrażać co najwyżej powyższe własności relacji $<$ [9]. Nie powinny natomiast wyrażać własności czasu rozbieżnych z tym modelem, ani takich jego własności, co do których nie ma zgodności pomiędzy badaczami, między innymi: skończoności bądź nieskończoności czasu (w sensie posiadania lub nieposiadania przez niego momentu początkowego lub momentu końcowego) oraz jego ciągłości, gęstości i dyskretności. Istnieją naturalnie systemy, w których semantykach zakładane są takie własności czasu; nie można ich jednak uznać za systemy poznawczo wartościowe, w przyjętym tu rozumieniu oczywiście, dla fizyki i kosmologii.

Krótka charakterystyka wybranych rozszerzeń logiki tensalnej

Logika tensalna zawiera, oprócz klasycznych, następujące funktory, za pomocą których można oddać występujące w języku naturalnym czasy gramatyczne:

H — było zawsze tak, że...,

P — było kiedyś tak, że...,

[5] W wypadku logiki tensalnej chodzi o zwroty (okazjonalne) odnoszące się do umiejscowienia aktu stwierdzania zdania w czasie (związane z pojęciem prawdziwości zdania w czasie), a więc o gramatyczną, a nie o fizykalną koncepcję zdania czasowego (związaną z pojęciem zachodzenia zdarzenia w czasie).

[6] Czas, tak jak przestrzeń, jest wyróżnionym wymiarem czasoprzestrzeni i ma odrębne od nich własności. Zob. np. Z. Augustynek, *Własności czasu*, Warszawa 1970.

[7] Por. *ibidem*, s. 29.

[8] Wyrażenie „$t_1 < t_2$" czyta się: „moment t_1 jest wcześniejszy od momentu t_2" lub „moment t_2 jest późniejszy od momentu t_1", a „$t_1 = t_2$": „moment t_1 jest jednoczesny z momentem t_2".

[9] Adekwatnym systemem byłby więc także system minimalny.

G — będzie zawsze tak, że...,

F — będzie kiedyś tak, że...[10].

Dzięki tym funktorom można (o wiele lepiej niż za pomocą samych tylko funktorów rachunku zdań) formalizować zdania sformułowane w różnych czasach gramatycznych[11] i zawierające je wnioskowania — również te przeprowadzane w naukach przyrodniczych — w celu sprawdzenia / udowodnienia formalnej poprawności tych wnioskowań.

Dodatkowo, specyficzne tezy logiki tensalnej wyrażają różne własności czasu i relacji porządkującej zbiór momentów, co może pomóc w lepszym zrozumieniu tychże własności.

Minimalnym systemem *tense logic* jest system K_t, którego twórcą jest E.J. Lemmon. Rozszerzeniami systemu K_t są systemy tensalne zawierające aksjomaty wyrażające różne własności czasu. Należą do nich między innymi dwa systemy skonstruowane przez N.B. Cocchiarellę: system CR i system CL.

W naukach przyrodniczych stosowane mogłyby być właśnie te trzy systemy, to jest system CL, którego aksjomaty wyrażają własności czasu akceptowane obecnie w większości teorii formułowanych w tychże naukach, czyli:

— przechodniość relacji wcześniej/później: $FF\varphi \to F\varphi$,

— linearność czasu w przyszłości: $(F\varphi \wedge F\psi) \to [F(\varphi \wedge \psi) \vee F(\varphi \wedge F\psi) \vee F(F\varphi \wedge \psi)]$,

— linearność czasu w przeszłości: $(P\varphi \wedge P\psi) \to [P(\varphi \wedge \psi) \vee P(\varphi \wedge P\psi) \vee P(P\varphi \wedge \psi)$,

system CR zawierający aksjomat wyrażający przechodniość relacji $<$ oraz system minimalny K_t, w którym nie nakłada się na nią żadnych warunków. Dokładniejsza charakterystyka tych systemów i przykłady ich możliwych zastosowań w naukach przyrodniczych przedstawione zostały w przywołanych we wstępie pracach[12].

Inne istniejące systemy *tense logic*, na przykład SL, PL, PCr i K_b, nie mogą być uznane za poznawczo wartościowe w przyjętym tu sensie, ponieważ własności czasu wyrażane przez aksjomaty tych systemów (odpowiednio: SL i PL — między innymi nieskończoność, PCr — kolistość, a K_b — rozgałęzioność) są nieprzyjmowane w większości teorii fizykalnych[13].

Rozszerzenia[14] logiki tensalnej można by natomiast stosować tam, gdzie mielibyśmy do czynienia z takimi zdaniami wyrażonymi w różnych czasach gramatycz-

[10] Zob. np. A.N. Prior, *Time and Modality*, Oxford 1957.

[11] Funktory logiki tensalnej pozwalają wyrazić większość wyróżnianych w tradycyjnych gramatykach czasów (w języku polskim są to czasy: przeszły, teraźniejszy i przyszły) oraz aspekt dokonany i niedokonany.

[12] Zob. A. Kozanecka-Dymek, *Systemy* tense logic *oraz ich stosowalność w naukach przyrodniczych*; *Stosowalność języka niektórych systemów logiki temporalnej w naukach przyrodniczych*. Charakterystykę tych systemów znaleźć można w wielu publikacjach, m.in. R.P. McArthur, *Tense Logic*, „Synthese Library" 111 (1976); oraz K. Świrydowicz, *Podstawy logiki modalnej*, Poznań 2014.

[13] Systemy te mogłyby być stosowane w teoriach, w których przyjmowany jest inny model czasu niż tu podany.

[14] Systemy te są rozszerzeniami logiki tensalnej w tym sensie, że oprócz jej symboli i reguł rządzących ich użyciem, zawierają jeszcze dodatkowe symbole i reguły (oraz specyficzne aksjomaty i reguły dowodzenia).

nych, które zawierałyby jeszcze dodatkowe informacje (do formalizacji których same tylko symbole *tense logic* byłyby niewystarczające), na przykład: przed iloma jednostkami czasu zaszło lub za ile jednostek czasu zajdzie jakaś sytuacja / zdarzenie opisywane przez te zdania albo w jaki sposób zachodzenie jednego zdarzenia jest zależne czasowo od zachodzenia drugiego. Mianowicie: metryczna logika tensalna pozwala wyrazić, oprócz tego, że opisywane zdarzenie miało miejsce w przeszłości lub będzie miało miejsce w przyszłości, także to, kiedy dokładnie, to jest przed upływem lub po upływie ilu jednostek czasu, natomiast logika zawierająca funktory „Since" i „Until", pozwala wyrażać pewne zależności czasowe występujące pomiędzy zachodzącymi zdarzeniami, to jest formalizować zdania zawierające wyrażenia typu: o d k ą d, o d i d o t ą d, d o. W związku z tym, że nie dałoby się tego oddać za pomocą samych tylko symboli logiki tensalnej, do analizy pewnych wnioskowań mogą być przydatne niektóre systemy będące jej rozszerzeniami. Dlatego sądzę, że kwestii tej warto przyjrzeć się bliżej.

Metryczna logika tensalna

Metryczna logika tensalna (*metric tense logic*), nazywana także metryczną logiką czasów gramatycznych[15], zawiera, oprócz symboli klasycznej logiki, następujące symbole tensalne:

P — było kiedyś tak, że...,

F — będzie kiedyś tak, że... oraz:

m, n — symbole zmiennych reprezentujących nazwy długości interwałów czasowych (a więc *de facto* pewne liczby określonych jednostek czasu)[16].

Wartościami zmiennych m i n mogą być liczby dodatnie, ujemne lub zero. Od tego, jakie liczby przyjmie się jako wartości tych zmiennych, zależy sposób odczytywania formuł typu: $F^n \varphi$ i $P^n \varphi$ oraz aksjomatyka tejże logiki. Jeśli n będzie liczbą dodatnią, formułę $F^n \varphi$ odczyta się: „po upływie interwału czasu o długości n będzie tak, że φ". Jeżeli n będzie mogło mieć także wartość zero, to formułę $F^n \varphi$ będzie można odczytać również: „jest tak, że φ". Natomiast w przypadku, gdy n będzie mogło być także liczbą ujemną, formuła $F^n \varphi$ będzie mogła być odczytywana też tak samo jak formuła $P^n \varphi$, tj. „przed upływem interwału czasu o długości n było tak, że φ". Prior podał trzy aksjomatyki tejże logiki. W pierwszej zmienne m i n przebiegają liczby dodatnie, ujemne i zero, w drugiej liczby dodatnie i zero, a w trzeciej wartościami zmiennych m, n są tylko liczby dodatnie[17]. Nie będę charakteryzować tych systemów, gdyż zawierają one między innymi aksjomaty wyrażające nieskończoność czasu, a zatem, w świetle przyjętych tu warunków, nie są wartościowe poznawczo (w fizyce raczej nie przyjmuje się, że czas jest nieskończony). Inaczej jest natomiast w przypadku tzw. *stratified metric tense logic*, czyli warstwowej metrycznej logiki tensalnej (także skonstruowanej przez Priora), która

[15] Zob. np. A.N. Prior, *Past, Present and Future*, Oxford 1967, s. 95–112.

[16] *Ibidem*, s. 96–97. Mogą być to liczby całkowite (jeśli przyjmie się, że czas jest dyskretny), wymierne (jeśli przyjmie się, że jest gęsty) lub rzeczywiste (jeśli przyjmie się, że jest ciągły).

[17] Zob. A.N. Prior, *Past, Present and Future*, s. 97–100.

może być uznana za wartościową poznawczo i, co za tym idzie, stosowana między innymi w naukach przyrodniczych.

Minimalny system tejże logiki zawiera następujące specyficzne aksjomaty:

A1. $\neg F^{n} \neg (\varphi \to \psi) \to (F^{n} \varphi \to F^{n} \psi)$

A2. $F^{n} \neg P^{n} \neg \varphi \to \varphi$

A3. $F^{m} \exists n\, F^{n} \varphi \to \exists n\, F^{m} F^{n} \varphi$

A4. $F^{m} \exists n\, P^{n} \varphi \to \exists n\, F^{m} P^{n} \varphi$

A5. $F^{m+n} \varphi \to F^{m} F^{n} \varphi$[18]

Zakres zmiennych *m, n* reprezentujących określenia długości interwałów czasowych obejmuje tu liczby dodatnie.

Oprócz standardowych reguł, obowiązują tu także następujące reguły:

R1. $\vdash \varphi \to \vdash \neg F^{n} \neg \varphi$

R2. $\vdash \varphi \to \vdash \neg P^{n} \neg \varphi$ (gdzie φ jest poprawnie zbudowaną formułą).

Przedstawiony system minimalny, podobnie jak system K_t *tense logic*, może być rozszerzany przez dołączanie do niego aksjomatów wyrażających różne własności czasu i relacji $<$. Na przykład:

A6. $F^{m} F^{n} \varphi \to F^{m+n} \varphi$ (wyraża przechodniość relacji $<$)

A7.1. $\neg F^{n} \varphi \to F^{n} \neg \varphi$ (wyraża nieskończoność czasu w przyszłości)

A7.2. $\neg P^{n} \varphi \to P^{n} \neg \varphi$ (wyraża nieskończoność czasu w przeszłości)

A8.1. $F^{n} \neg \varphi \to \neg F^{n} \varphi$ (wyraża linearność czasu w przyszłości)

A8.2. $P^{n} \neg \varphi \to \neg P^{n} \varphi$ (wyraża linearność czasu w przeszłości)[19]

System, który miałby być stosowany między innymi w naukach przyrodniczych, nie zawierałby aksjomatów A7.1 i A7.2.

Logika z operatorami „Since" i „Until"

Kolejnym rodzajem *tense logic*, o którym warto wspomnieć, jest logika zawierająca, oprócz klasycznych, następujące funktory tensalne:

H — było zawsze tak, że...,

G — będzie zawsze tak, że... oraz:

S (*Since*) — odkąd, od,

U (*Until*) — dopóki, dotąd, do[20].

Za pomocą S i U można wyrażać pewne zależności zachodzące między dwoma zdarzeniami.

Wyrażenie S (φ, ψ) odczytuje się: „zachodzi(ło) ψ odkąd zaszło φ".

---

[18] Aksjomatami tego systemu są także wyrażenia będące lustrzanymi odbiciami (*mirror image*) A1 – A5 (w miejscu F występuje w nich P i odwrotnie).

[19] Zob. A.N. Prior, *Stratified Metric Tense Logic*, [w:] A.N. Prior, *Papers on Time and Tense*, Oxford 1968, s. 88–97.

[20] Funktory S i U zostały wprowadzone przez H. Kampa w jego dysertacji *Tense Logic and the Theory of Linear Order* (Ucla, 1968).

Wyrażenie U (φ, ψ) czyta się: „(będzie) zachodzi(ło) ψ dopóki (dotąd aż) zajdzie φ”[21].

Aksjomatykę logiki tensalnej zawierającej funktory *Since* i *Until* dla klasy struktur czasu punktowego, w których relacja $<$ tworzy porządek liniowy, przedstawił J. P. Burgess, a uprościł M. Xu[22]. System ten, poza klasycznymi, zawiera następujące specyficzne aksjomaty:

A1. $G(\varphi \to \psi) \to (U(\varphi, \chi) \to U(\psi, \chi))$

A2. $G(\varphi \to \psi) \to (U(\chi, \varphi) \to U(\chi, \psi))$

A3. $(\varphi \wedge U(\psi, \chi)) \to U(\psi \wedge S(\varphi, \chi), \chi)$

A4. $U(\varphi, \psi) \to U(\varphi, \psi \wedge U(\varphi, \psi))$

A5. $U(\psi \wedge U(\varphi, \psi), \psi) \to U(\varphi, \psi)$

A6. $(U(\varphi, \psi) \wedge U(\chi, \theta)) \to (U(\varphi \wedge \chi, \psi \wedge \theta) \vee U(\varphi \wedge \theta, \psi \wedge \theta) \vee U(\psi \wedge \chi, \psi \wedge \theta))$[23]

Oprócz standardowych reguł, obowiązują tu także tak zwane Reguły Czasowej Generalizacji (*Temporal Generalization*):

RG: $\vdash \varphi \to \vdash G\varphi$

RH: $\vdash \varphi \to \vdash H\varphi$ (gdzie φ jest poprawnie zbudowaną formułą).

Logika ta związana jest ze strukturą czasu punktowego (obowiązującą w fizyce). Ponadto aksjomaty A4 i A5 wyrażają przechodniość relacji $<$, a aksjomat A6 wyraża linearność czasu[24]. Jest to zatem, zgodnie z przyjętymi ustaleniami, logika poznawczo wartościowa, którą można by w związku z tym stosować między innymi w naukach przyrodniczych.

Przykłady zastosowań wybranych rozszerzeń logiki tensalnej w naukach przyrodniczych

Odpowiednie systemy tensalne, tj. spełniające wspomniane powyżej warunki, mogą dostarczać naukom przyrodniczym, głównie fizyce i kosmologii, narzędzi do precyzyjnego wyrażania niektórych ich twierdzeń (hipotez, definicji) dotyczących własności czasu i relacji czasowego następstwa, narzędzi do budowy i analizy formalnej poprawności schematów wnioskowań wyrażonych w języku wyobrażeniowym (i składających się ze zdań w różnych czasach gramatycznych) oraz schematów wnioskowań poprawnych, które można by wykorzystywać do uzasadniania twierdzeń.

[21] Funktory tensalne F, P, G, H są definiowalne za pomocą funktorów S i U:

$F\varphi := U(\varphi, T)$, $P\varphi := S(\varphi, T)$, $G\varphi := \neg(U(\neg\varphi, T))$, $H\varphi := \neg(S(\neg\varphi, T))$, gdzie T to stała *verum* (*constant true*). Zob. J.P. Burgess, *Axioms for Tense Logic I. „Since” and „Until”*, „Notre Dame Journal of Formal Logic” 23 [4] (1982), s. 367.

[22] Zob. J.P. Burgess, *Axioms for Tense Logic I. „Since” and „Until”*, s. 367–374; M. Xu, *On some U,S-Tense Logics*, „Journal of Philosophical Logic” 17 (1988), s. 181–202.

[23] Aksjomatami tego systemu są także wyrażenia będące lustrzanymi odbiciami (*mirror image*) A1 – A6 (w miejscu G występuje w nich H, a U zastąpione jest S i odwrotnie).

[24] System ten można rozszerzać przez dołączanie do niego aksjomatów wyrażających również inne własności czasu. Zob. np. J.P. Burgess, *Axioms for Tense Logic I. „Since” and „Until”*, s. 369; Y. Venema, *Completeness via Completeness: Since and Until*, [w:] *Diamonds and Defaults*, M. de Rijke (ed.), Dordrecht 1993, s. 279–286.

Metryczna logika tensalna

Jeśli chodzi o twierdzenia dotyczące własności czasu, to są one wyrażane także przez aksjomaty omawianych tu systemów. Przypomnijmy, że w metrycznej logice tensalnej przechodniość relacji czasowego następstwa wyraża formuła:

$F^m F^n \varphi \rightarrow F^{m+n} \varphi$,

zaś linearność czasu (odpowiednio: w przeszłości i w przyszłości) formuły:

$P^n \neg\varphi \rightarrow \neg P^n \varphi$ oraz

$F^n \neg\varphi \rightarrow \neg F^n \varphi$.

Formułę $F^m F^n \varphi \rightarrow F^{m+n} \varphi$ można interpretować następująco: jeżeli będzie tak za m jednostek czasu, że (od tego momentu) za n jednostek czasu będzie tak, że φ, to będzie tak, że φ za $m + n$ jednostek czasu (od teraz) — w ten sposób wyrażana jest przechodniość relacji porządkującej zbiór momentów.

Z kolei formuła $P^n \neg\varphi \rightarrow \neg P^n \varphi$ stwierdza, że jeżeli n jednostek czasu temu było tak, że nie-φ, to nie jest tak, że w tym samym czasie (to znaczy też n jednostek czasu temu) było tak, że φ (czyli że czas jest linearny). Analogicznie dla formuły wyrażającej linearność czasu w przyszłości $F^n \neg\varphi \rightarrow \neg F^n \varphi$: jeśli za n jednostek czasu będzie tak, że nie-φ, to nie jest tak, że w tym samym czasie (to znaczy też za n jednostek tego czasu) będzie tak, że φ.

Aksjomaty omawianej logiki wyrażają również inne własności czasu, na przykład jego nieskończoność: $\neg P^n \varphi \rightarrow P^n \neg\varphi$ (w przeszłości) oraz $\neg F^n \varphi \rightarrow F^n \neg\varphi$ (w przyszłości) interpretowaną tak: jeśli nie było tak n jednostek czasu temu, że φ, to było tak n jednostek czasu temu, że nie-φ; oraz: jeśli nie będzie tak za n jednostek czasu, że φ, to będzie tak za n jednostek czasu, że nie-φ.

Jak wspomniano, formalne ujęcie własności czasu może być pomocne między innymi w lepszym zrozumieniu tychże własności.

Za pomocą aparatury omawianych systemów tensalnych można także modelować wnioskowania wyrażone w języku wyobrażeniowym (zawierające zdania z określonymi, okazjonalnymi, zwrotami czasowymi) i sprawdzać / udowadniać ich formalną poprawność.

Przypomnę, że używając symboli logiki tensalnej, można formalizować zdania języka wyobrażeniowego wyrażone w różnych czasach gramatycznych. Jednak, jak już wspomniano, symbole tejże logiki są niewystarczające między innymi do odpowiedniej formalizacji tych zdań, które zawierają w swej treści jeszcze informację, przed iloma jednostkami czasu zaszło jakieś zdarzenie lub za ile jednostek czasu zajdzie. Odpowiednia formalizacja tego rodzaju zdań jest jednak możliwa przy użyciu metrycznej logiki tensalnej, która pozwala formalizować nie tylko zdania stwierdzające, że opisywane zdarzenie zaszło w przeszłości lub zajdzie w przyszłości, ale (dzięki specyficznym, dodatkowym, symbolom) także te informujące o tym przed upływem lub po upływie ilu jednostek czasu to nastąpiło / nastąpi.

1a

Przykładowe zdanie proste *Wielki Wybuch miał miejsce 13.5 miliarda lat temu* możemy zapisać dokładniej niż p i dokładniej niż Pp przez dodanie jeszcze symbolu m, to jest za pomocą formuły: $P^{m}p$ (gdzie m reprezentuje określenie długości interwału (czyli liczbę) 13.5, a przyjętą jednostką czasową jest miliard lat)[25].

1b

Przykładowe zdanie złożone *Wielki Wybuch miał miejsce 13.5 miliarda lat temu, a Ziemia powstała 4.5 miliarda lat temu* zapiszemy za pomocą formuły: $P^{m}p \wedge P^{n}q$ (gdzie m reprezentuje określenie długości interwału (liczbę) 13.5, n reprezentuje określenie 4.5, zaś przyjętą jednostką czasową jest miliard lat)[26]. Wyrażenie: $Pp \wedge Pq$ (nie mówiąc już o $p \wedge q$) nie oddałoby występującej tu ważnej informacji: kiedy, to jest ile jednostek czasu temu, zaszły te zdarzenia, ani tego, że nie miały one miejsca w tym samym czasie (co jest możliwe do oddania za pomocą zmiennych m i n). Symbole omawianej logiki pozwalają wyrazić nie tylko to, że zdarzenia nie (będą) miały miejsca w tym samym czasie, ale także to, że jakieś zdarzenie (będzie) miało miejsce wcześniej (lub później) niż inne i o ile wcześniej (lub później). Na przykład:

2a

Obiekt wyrusza z punktu A i za 40 minut dotrze do punktu B. Zdanie to zapiszemy: $p \wedge F^{m}q$[27] (gdzie m reprezentuje liczbę 40, a przyjętą jednostką czasu jest minuta).

2b

Jeżeli obiekt wyruszy z punktu A za 10 minut, to (od momentu wyruszenia) za 40 minut dotrze do punktu B (a więc za 50 minut od teraz). Zależność tę można wyrazić formułą: $F^{m}p \rightarrow F^{m+n}q$[28] (gdzie m reprezentuje liczbę 10, n liczbę 40, $m + n$ w związku z tym liczbę 50, przyjętą zaś jednostką czasu jest minuta).

Formuły: $p \wedge Fq$ oraz $Fp \rightarrow Fq$ nie oddałyby odpowiednio tego, co te zdania wyrażają.

Co zaś się tyczy wnioskowań zawierających tego rodzaju zdania i następnie sformalizowanych za pomocą symboli tejże logiki, to proste mogłyby przebiegać na przykład tak:

3a

Wielki Wybuch miał miejsce 13.5 miliarda lat temu, zaś 9 miliardów lat później (tj. od tego czasu, w którym miał miejsce Wielki Wybuch) powstała Ziemia.

[25] Litera p reprezentuje zdanie *Ma miejsce Wielki Wybuch.*

[26] Litera p reprezentuje zdanie *Ma miejsce Wielki Wybuch*, a q zdanie *Powstaje Ziemia.*

[27] Litera p reprezentuje zdanie *Obiekt wyrusza z punktu A*, a q zdanie *Obiekt dociera do punktu B.*

[28] Litera p reprezentuje zdanie *Obiekt wyrusza z punktu A*, a q zdanie *Obiekt dociera do punktu B.*

Ziemia powstała 4.5 miliarda lat temu.

$$\frac{P^{m} p \wedge P^{m} F^{n} q}{P^{m-n} q}$$[29]

Poprawność wnioskowania można dowieść w oparciu o tezę: $P^{m} F^{n} \varphi \rightarrow P^{m-n} \varphi$ dla $m > n$.

3b

Będzie tak za m jednostek czasu[30]*, że (od tego momentu) za n jednostek czasu satelita X dotrze na orbitę okołoziemską.*

Satelita X dotrze na orbitę okołoziemską za m + n jednostek czasu (od teraz).

$$\frac{F^{m} F^{n} p}{F^{m+n} p}$$[31]

Poprawność wnioskowania można dowieść w oparciu o aksjomat wyrażający przechodniość relacji $<$.

Sądzę, że już te proste przykłady są wystarczające, by świadczyć o tym, że również metryczna logika tensalna mogłaby być stosowana w naukach przyrodniczych, głównie w fizyce i w kosmologii, przede wszystkim do analizy logicznej niektórych wnioskowań wyrażonych w języku wyobrażeniowym (i składających się ze zdań zawierających zwroty mówiące o tym, ile czasu upłynęło / upłynie od / do momentu zajścia jakiegoś zdarzenia).

Logika z operatorami „Since" i „Until"

W systemie Burgessa przechodniość relacji $<$ wyrażana jest za pomocą aksjomatów:

$U(\varphi, \psi) \rightarrow U(\varphi, \psi \wedge U(\varphi, \psi))$ oraz $U(\psi \wedge U(\varphi, \psi), \psi) \rightarrow U(\varphi, \psi)$,

linearność zaś czasu wyrażana jest formułą:

$U(\varphi, \psi) \wedge U(\chi, \theta) \rightarrow U(\varphi \wedge \chi, \psi \wedge \theta) \vee U(\varphi \wedge \theta, \psi \wedge \theta) \vee U(\psi \wedge \chi, \psi \wedge \theta)$.

---

[29] Litera p reprezentuje zdanie *Ma miejsce Wielki Wybuch*, a q zdanie *Powstaje Ziemia*, *m* reprezentuje określenie długości interwału 13.5, *n* reprezentuje określenie długości interwału 9, *m* – *n* w związku z tym 4.5, zaś przyjętą jednostką czasową jest miliard lat.

[30] Przy założeniu, że za *m* jednostek czasu odbędzie się wystrzelenie satelity.

[31] Litera p reprezentuje zdanie *Satelita X dociera na orbitę okołoziemską.*

Formuły wyrażające przechodniość można interpretować następująco: jeśli zachodzi ψ, dotąd aż zajdzie φ, to zachodzi ψ i (to, że) zachodzi ψ, dotąd aż zajdzie φ, dotąd aż zajdzie φ oraz: jeśli zachodzi ψ, dotąd aż zajdzie ψ, i (to, że) zachodzi ψ, dotąd aż zajdzie φ, to zachodzi ψ, dotąd aż zajdzie φ.

Formuła wyrażająca linearność stwierdza, że jeśli zachodzi ψ, dotąd aż zajdzie φ, i zachodzi θ, dotąd aż zajdzie χ, to: zachodzi ψ ∧ θ, dotąd aż zajdzie φ ∧ χ, lub zachodzi ψ ∧ θ, dotąd aż zajdzie φ ∧ θ, lub zachodzi ψ ∧ θ, dotąd aż zajdzie ψ ∧ χ. Analogicznie odnośnie do linearności w przeszłości. W ten sposób wyklucza się rozgałęzianie czasu.

Jak nie raz zauważono, precyzyjne ujęcie własności czasu może pomóc lepiej je zobrazować i zrozumieć.

Logika tensalna zawierająca funktory *Since* i *Until* pozwala również wyrażać określone zależności czasowe występujące między zdarzeniami, to jest formalizować zdania w różnych czasach gramatycznych zawierające wyrażenia: odkąd, od i dotąd, *do* (czego nie dałoby się odpowiednio zrobić ani za pomocą samych symboli rachunku zdań, ani za pomocą logiki tensalnej bez funktorów S i U).

4a

Przy użyciu symboli S i U można przykładowo zapisać adekwatnie następujące zdania:

Wszechświat rozszerza(ł) się od zajścia Wielkiego Wybuchu: S (p, q)[32] oraz *Wszechświat (będzie) się rozszerza(ł) dotąd, aż galaktyki przestaną oddalać się od Ziemi:* U (r, q)[33].

4b

Gęstość Wszechświata maleje do czasu, gdy galaktyki przestaną oddalać się od Ziemi i Wszechświat przestanie się rozszerzać: U (q ∧ r, p)[34].

Z kolei przykładowe wnioskowania zawierające tego rodzaju zdania mogłyby przebiegać następująco:

5a

Zawsze będzie tak, że jeżeli galaktyki przestaną oddalać się od Ziemi, to Wszechświat przestanie się rozszerzać.

Do momentu aż galaktyki przestaną oddalać się od Ziemi, będzie maleć gęstość Wszechświata.

---

[32] Litera p reprezentuje zdanie *Zachodzi Wielki Wybuch*, a q zdanie *Wszechświat się rozszerza.*

[33] Litera q reprezentuje zdanie *Wszechświat się rozszerza*, a r zdanie *Galaktyki przestają oddalać się od Ziemi.*

[34] Litera p reprezentuje zdanie *Maleje gęstość Wszechświata*, q zdanie *Galaktyki przestają oddalać się od Ziemi*, a r zdanie *Wszechświat przestaje się rozszerzać.*

Do momentu aż Wszechświat przestanie się rozszerzać, będzie maleć jego gęstość.

G (p → q)
U (p, r)

U (q, r)[35]

Wnioskowanie to przebiega na podstawie aksjomatu A1: $G (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (U (\varphi, \chi) \rightarrow U (\psi, \chi))$.

5b

Na podstawie zaś prawa Archimedesa można by, przykładowo, wnioskować w następujący sposób:

Zawsze było tak, że jeśli na ciało oddziaływała siła wyporu, to traciło ono na wadze (pozornie)[36].
Od momentu zanurzenia ciała w płynie oddziałuje na nie siła wyporu.

Od momentu zanurzenia ciała w płynie traci ono pozornie na wadze.

H (p → q)
S (r, p)

S (r, q)[37]

Wnioskowanie to przebiega na podstawie tezy: $H (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (S (\chi, \varphi) \rightarrow S (\chi, \psi))$.

Podane przykłady wskazują na to, że również ten system mógłby dostarczać odpowiednich narzędzi do analizy logicznej niektórych rozumowań przeprowadzanych na gruncie nauk przyrodniczych, zwłaszcza fizyki i kosmologii (do których analizy nie wystarczają narzędzia *tense logic* bez operatorów S i U), a także schematy wnioskowań poprawnych, które można by wykorzystać do uzasadniania twierdzeń tychże nauk.

[35] Litera p reprezentuje zdanie *Galaktyki przestają oddalać się od Ziemi*, q zdanie *Wszechświat przestaje się rozszerzać*, r zaś zdanie *Maleje* gęstość Wszechświata.

[36] Tyle, ile waży płyn wyparty przez to ciało.

[37] Litera p reprezentuje zdanie *Na ciało oddziałuje siła wyporu,* q zdanie *Ciało traci na wadze (pozornie)*, a r zdanie *Ciało zostaje zanurzone w płynie.*

Konkluzja

W artykule przedstawiono, w jaki sposób, za pomocą narzędzi dostarczanych przez omawiane rozszerzenia logiki tensalnej, formalizowane są niektóre twierdzenia dotyczące własności czasu oraz proste wnioskowania zawierające określone zdania czasowe sformułowane w języku wyobrażeniowym. Oczywiście za pomocą symboli omawianych systemów można by sformalizować wiele innych (także bardziej złożonych) wnioskowań, zawierających tego rodzaju zdania co w podanych przykładach (i używając odpowiednich reguł, sprawdzać ich formalną poprawność lub jej dowodzić), oraz formalizować inne twierdzenia dotyczące czasu. Przedstawione w pracy przykłady wystarczają już jednak do uzasadnienia tezy, iż nie tylko odpowiednie systemy logiki tensalnej mogłyby znaleźć określone zastosowania w naukach przyrodniczych, ale również niektóre z jej rozszerzeń.

W artykule nie bez przyczyny jest mowa jedynie o tego rodzaju zastosowaniach, gdyż co do innych można by mieć zastrzeżenia[38]. Omawiane logiki opierają się bowiem na gramatycznej koncepcji zdania czasowego (związanej z pojęciem prawdziwości zdania w czasie), a nie na jego koncepcji fizykalnej (odnoszącej się do zachodzenia zdarzenia w czasie)[39].

Bibliografia

Augustynek Z., *Własności czasu*, Warszawa 1970.

Burgess J.P., *Axioms for Tense Logic I. “Since” and “Until”*, „Notre Dame Journal of Formal Logic” 23 (1982), s. 367–374.

Heisenberg W., *Część i całość*, tłum. K. Napiórkowski, Warszawa 1987.

Heisenberg W., *Ponad granicami*, tłum. K. Wolicki, Warszawa 1979.

Kozanecka-Dymek A., *Stosowalność języka niektórych systemów logiki temporalnej w naukach przyrodniczych*, „Analiza i Egzystencja” 14 (2011), s. 43–56.

Kozanecka-Dymek A., *Systemy »tense logic« oraz ich stosowalność w naukach przyrodniczych*, „Edukacja Filozoficzna” 48 (2009), s. 193–217.

McArthur R.P., *Tense Logic*, „Synthese Library” 111 (1976).

Prior A.N., *Past, Present and Future*, Oxford 1967.

Prior A.N., *Time and Modality*, Oxford 1957.

Prior A.N., *Stratified metric tense logic*, [w:] A.N. Prior, *Papers on Time and Tense*, Oxford 1968.

[38] M. Tkaczyk w odniesieniu do logiki tensalnej podkreśla np. niezgodności zachodzące między nią a szczególną teorią względności (dotyczące między innymi problemu względności równoczesności i problemu odróżnienia tego, co dzieje się w czasie, od tego, co dzieje się poza czasem — logika tensalna nie dostarcza niezbędnych do tego narzędzi). Zob. M. Tkaczyk, *Logika czasu empirycznego*, Lublin 2009, s. 100, 196.

[39] Na fizykalnej koncepcji zdania czasowego opiera się logika czasu empirycznego (w której sformalizowany jest zwrot „w czasie”). Zob. *ibidem*.

Świrydowicz K., *Podstawy logiki modalnej*, Poznań 2014.

Tkaczyk M., *Logika czasu empirycznego*, Lublin 2009.

Venema Y., *Completeness via Completeness: Since and Until*, [w:] *Diamonds and Defaults*, de Rijke M. (ed.), Dordrecht 1993, s. 279–286.

Xu M., *On some U, S-Tense Logics*, „Journal of Philosophical Logic" 17 (1988), s. 181–202.